

**OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA  
W POZNANIU**

**WYNIKI  
EGZAMINU MATURALNEGO  
Z MATEMATYKI**

**RAPORT**

**WOJEWÓDZTWA  
LUBUSKIE\*WIELKOPOLSKIE\*ZACHODNIOPOMORSKIE**

**2011**

## **Spis treści**

<b>OBOWIĄZKOWY EGZAMIN MATURALNY (POZIOM PODSTWOWY) .....</b>	<b>4</b>
<b>I. Opis zestawu egzaminacyjnego .....</b>	<b>4</b>
<b>II. Interpretacja osiągnięć zdających.....</b>	<b>6</b>
<b>DODATKOWY EGZAMIN (POZOM ROZSZERZONY) .....</b>	<b>15</b>
<b>III. Opis zestawów egzaminacyjnych.....</b>	<b>16</b>
<b>IV. Interpretacja osiągnięć zdających.....</b>	<b>17</b>
<b>WNIOSKI .....</b>	<b>23</b>

Od 2010 roku egzamin z matematyki na poziomie podstawowym jest jednym z trzech obowiązkowych egzaminów, warunkującym uzyskanie świadectwa dojrzałości. Tegorocznym maturzyści przystąpili do rozwiązywania zadań egzaminacyjnych z matematyki 5 maja. Na poziomie podstawowym (obowiązkowym dla wszystkich zdających) egzamin trwał 170 minut. Natomiast zdający, którzy wybrali matematykę również jako przedmiot dodatkowy, po dwugodzinnej przerwie przystąpili do rozwiązywania zadań zawartych w arkuszu na poziomie rozszerzonym. Na rozwiązanie tych zadań maturzyści mieli 180 minut. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań, zarówno w arkuszu na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym, można było otrzymać maksymalnie 50 punktów. Warunkiem zdania egzaminu obowiązkowego było uzyskanie co najmniej 30% punktów. Podczas egzaminu zdający mogli korzystać z pomocy określonych w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej: zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki i kalkulatora prostego.

Do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki przystąpiło w Okręgu 53 024 absolwentów szkół ponadgimnazjalnych. Matematykę jako przedmiot dodatkowy wybrało 6 897 maturzystów, co stanowi 13,0% zdających.

Siedemdziesięciu czterech absolwentów szkół lub klas dwujęzycznych przystąpiło również do egzaminu z matematyki w języku obcym będącym drugim językiem nauczania: 21 w języku francuskim, 53 w języku niemieckim.

Co najmniej 30% wymaganej liczby punktów na poziomie podstawowym uzyskało 77,79% tegorocznych maturzystów z województw lubuskiego, wielkopolskiego i zachodniopomorskiego. Jest to wynik niższy od zdawalności egzaminu maturalnego z matematyki w kraju (79%).

## **OBOWIĄZKOWY EGZAMIN MATURALNY**

### **I. Opis zestawu egzaminacyjnego (arkusza) – poziom podstawowy**

Arkusze egzaminacyjny dla zdających obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki zawierał 23 zadania zamknięte, 7 zadań otwartych krótkiej odpowiedzi i 3 zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi.

Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu zdający mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów. 46% punktów za cały arkusz maturzyści uzyskali za wybór jednej prawidłowej odpowiedzi z czterech podanych w jednopunktowych zadaniach zamkniętych.

Za prawidłowe rozwiązanie zadań otwartych krótkiej odpowiedzi tegorocznicy maturzyści uzyskiwali maksymalnie 28% punktów. Za każde z tych zadań można było zdobyć 2 punkty. Natomiast zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi umożliwiały uzyskanie łącznie 13 punktów (dwa zadania za 4 pkt., jedno za 5 pkt.).

Wagę procentową punktów, możliwych do uzyskania za wiadomości i umiejętności z poszczególnych obszarów standardów wymagań, sprawdzanych w arkuszu egzaminacyjnym przedstawiono w tabeli 1.

**Tabela 1. Punktowy i procentowy udział umiejętności z poszczególnych obszarów standardów wymagań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym**

<b>Obszar standardów wymagań egzaminacyjnych</b>		<b>Liczba punktów</b>	<b>%</b>
<b>I.</b>	Wykorzystanie i tworzenie informacji	<b>4</b>	<b>8</b>
<b>II.</b>	Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<b>18</b>	<b>36</b>
<b>III.</b>	Modelowanie matematyczne	<b>9</b>	<b>18</b>
<b>IV.</b>	Użycie i tworzenie strategii	<b>15</b>	<b>30</b>
<b>V.</b>	Rozumowanie i argumentacja	<b>4</b>	<b>8</b>

W arkuszu przeważały zadania sprawdzające umiejętności z zakresu pierwszych trzech obszarów standardów wymagań egzaminacyjnych. Zadania zamknięte sprawdzały wiedzę i umiejętności z zakresu I, II, III i IV obszaru standardów ze wszystkich działów matematyki zawartych w podstawie programowej. Wśród zadań zamkniętych najczęściej było tych, które sprawdzały umiejętności z zakresu wykorzystania i interpretowania reprezentacji (16 z 23 – zadania nr: 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 23). Wskazanie prawidłowej odpowiedzi w dwóch zadaniach jednopunktowych (zadania nr: 4, 22) wymagało umiejętności z zakresu modelowania matematycznego, a w trzech innych (zadania nr: 12, 15, 17) – umiejętności tworzenia strategii.

Umiejętności z I obszaru standardów egzaminacyjnych (wykorzystanie i tworzenie informacji) sprawdzało jedno z zadań otwartych krótkiej odpowiedzi. Było to zadanie 26., w którym należało odczytać z wykresu funkcji zbiór wartości oraz maksymalny przedział, w którym funkcja maleje.

Zadanie 24., w którym należało rozwiązać nierówność kwadratową, jako jedyne z zadań otwartych sprawdzało umiejętności z zakresu wykorzystania i interpretowania reprezentacji.

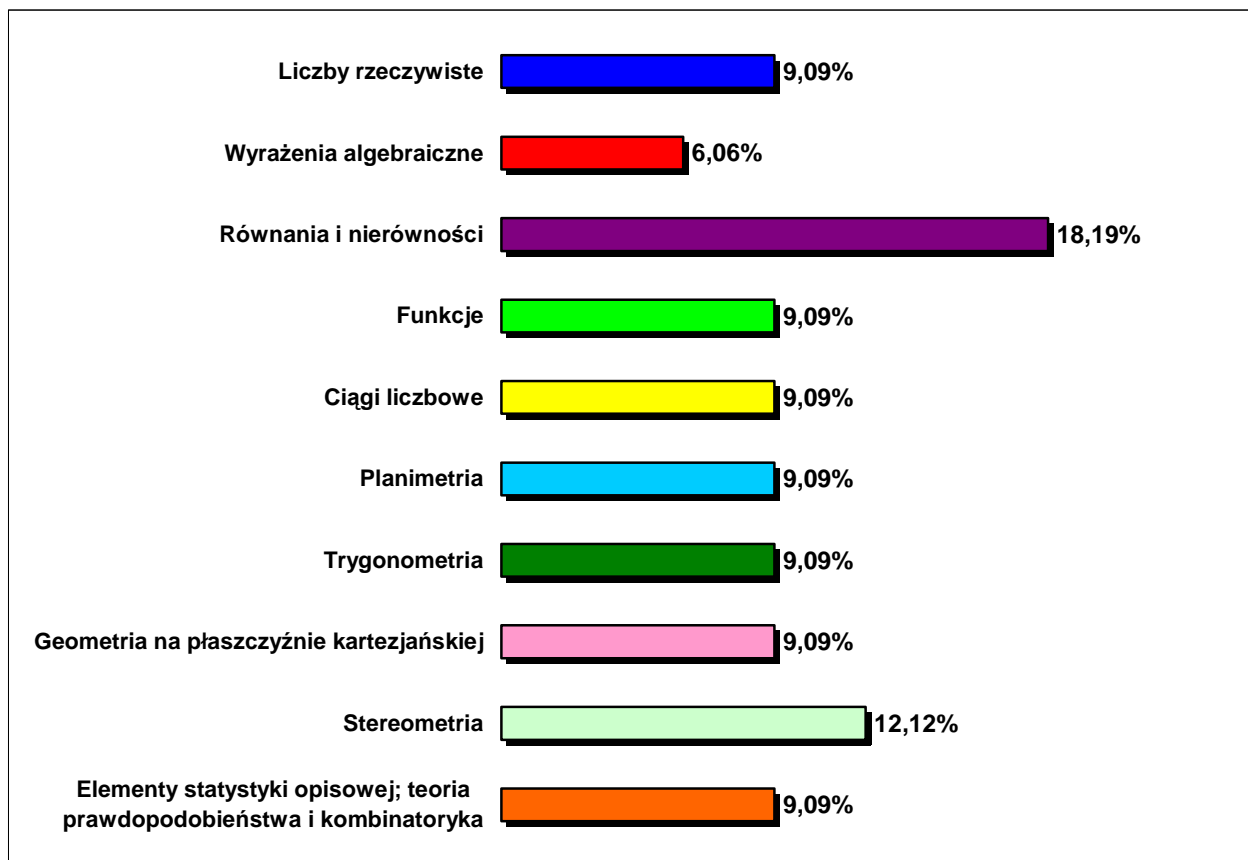
Rozwiązanie zadań 27. i 32. wymagało od zdających umiejętności modelowania matematycznego. W zadaniu 27., by wyznaczyć wyrazy ciągu arytmetycznego, należało zastosować wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego lub własność trzech kolejnych wyrazów tego ciągu. Zaś analiza treści zadania 32. umożliwiała zapisanie zależności między danymi w zadaniu w postaci układu równań, którego przekształcenie prowadziło do równania kwadratowego z jedną niewiadomą.

Zastosowania strategii, która jasno wynika z treści zadania, wymagały zadania 28., 30. 31. i 33. W pierwszym, by wyznaczyć wartość wyrażenia trygonometrycznego, należało zastosować proste związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. Drugie wymagało zastosowania klasycznej definicji prawdopodobieństwa do obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia opisanego w zadaniu. Rozwiązanie trzeciego z zadań polegało na wyznaczeniu współrzędnych punktu styczności prostej z okręgiem. Ostatnie z zadań sprawdzających umiejętności z IV obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych polegało na dostrzeżeniu związków miarowych w sześciacie i wykorzystaniu ich przy obliczaniu pola wskazanego trójkąta.

W rozwiązaniach zadań 25. (uzasadnienie zależności arytmetycznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia) i 29. (dowód geometryczny) należało, stosując proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, z prostego układu przesłanek wyprowadzić wniosek i go uzasadnić.

Spośród zadań znajdujących się w arkuszu obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki najczęściej poruszało zagadnienia związane z równaniami i nierównościami, a najmniej wyrażeniami algebraicznymi. Treści z działów matematyki, których dotyczyły zadania znajdujące się w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym, przedstawia wykres 1.

**Wykres 1. Odsetek zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym, które sprawdzały treści z poszczególnych działów matematyki**



## II. Interpretacja osiągnięć zdających

Do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki przystąpili wszyscy tegoroczní absolwenci szkół ponadgimnazjalnych, którzy chcieli uzyskać świadectwo dojrzałości. Liczebność populacji i zdawalność egzaminu w województwie lubuskim, wielkopolskim i zachodniopomorskim przedstawia tabela 2.

**Tabela 2. Liczby zdających i zdawalność obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki w Okręgu i w poszczególnych województwach**

Obszar	Okręg	Województwo lubuskie	Województwo wielkopolskie	Województwo zachodniopomorskie
Liczba zdających	53 024	8 001	31 425	13 598
Zdawalność w %	77,79	78,17	78,73	75,42

Parametry statystyczne, opisujące wyniki uzyskane przez zdających na terenie działania OKE w Poznaniu, prezentują dane z tabeli nr 3. Dotyczą one zdających, którzy po raz pierwszy przystępowali do egzaminu maturalnego w maju 2011 roku.

**Tabela 3. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie podstawowym**

Obszar	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana <sup>1</sup>	Modalna <sup>2</sup>	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
<b>Kraj</b>	24,12	12,19	22	-----	50	0	48,24	-----
<b>Okręg</b>	24,18	11,50	22	18	50	0	48,35	0,48
<b>L<sup>3</sup></b>	24,83	11,84	23	17	50	0	49,67	0,50
<b>W</b>	24,34	11,42	22	18	50	0	48,69	0,49
<b>Z</b>	23,40	11,43	21	14	50	0	46,81	0,47

1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

3) L – województwo lubuskie, W – województwo wielkopolskie, Z – województwo zachodniopomorskie

Za rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym maturzyści w Okręgu uzyskali średnio 48,35% punktów możliwych do zdobycia. Oznacza to, że zestaw zadań w tym arkuszu okazał się dla nich trudny. Średni wynik uzyskany przez zdających w Okręgu jest zbliżony do wyniku krajowego (48,24%). Również wynik z obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, który najczęściej pojawiał się na świadectwach maturalnych wydanych przez poznańską OKE (36%), jest niższy od wyniku krajowego. 84 zdających uzyskało najniższy wynik (0 pkt.), a maksymalną liczbę punktów za prawidłowe rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym – 564, w tym 6 laureatów i finalistów olimpiady przedmiotowej (w województwie wielkopolskim – 3, w województwie zachodniopomorskim - 3).

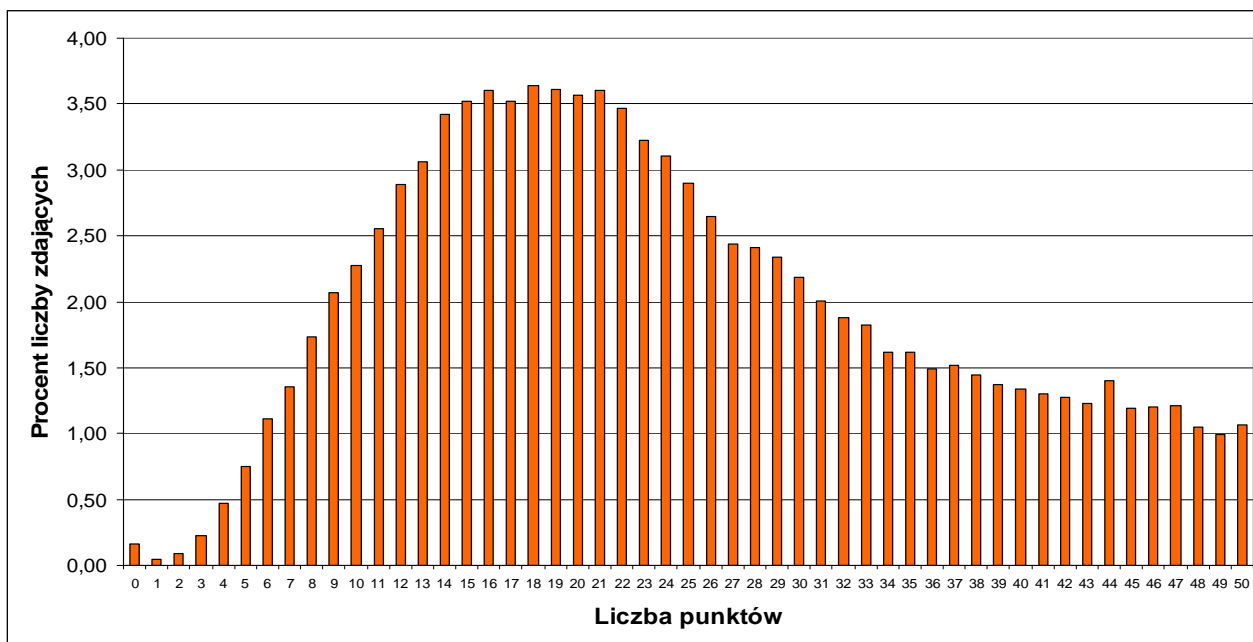
Niespełna 43% zdających uzyskało wynik wyższy od średniej krajowej. Niemal co piąty maturzysta osiągnął wynik na poziomie zadawalającym (35 i więcej punktów). Rozstęp między wynikiem najniższym i najwyższym świadczy o zróżnicowaniu umiejętności zdających. Wartość odchylenia standardowego wskazuje na niewielkie zróżnicowanie wyników, skupionych w strefie wyników niskich. Modalna jest niższa od pozostałych miar tendencji centralnej: średniej arytmetycznej i mediany, tym samym rozkład wyników uzyskanych przez zdających nie jest symetryczny (wykres 2). Wyniki przesunięte są w lewo – rozkład jest prawoskośny, co oznacza, że większość maturzystów rozwiązujących zadania w arkuszu maturalnym obowiązkowego egzaminu z matematyki osiągnęła wyniki poniżej 50% punktów możliwych do uzyskania.

Zadania w arkuszu na poziomie podstawowym okazały się najłatwiejsze dla maturzystów z województwa lubuskiego (współczynnik łatwości: 0,50). Ponad 23%

zdających z tego województwa uzyskało wynik zadowalający (35 i więcej punktów). Natomiast blisko 55% absolwentów szkół ponadgimnazjalnych z województwa lubuskiego, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki uzyskało wynik poniżej 50% punktów możliwych do zdobycia za poprawne rozwiązanie zadań z arkusza egzaminacyjnego.

Dla maturzystów z województw wielkopolskiego i zachodniopomorskiego zadania egzaminacyjne z matematyki na poziomie podstawowym okazały się trudne. W województwie wielkopolskim za rozwiązanie zadań z arkusza egzaminu obowiązkowego z matematyki mniej niż połowę punktacji uzyskało niemal 60% zdających, a w województwie zachodniopomorskim ponad 62% maturzystów. Wynikiem powyżej 35 punktów (70%) na świadectwie maturalnym wśród maturzystów z województwa wielkopolskiego mógł się pochwalić co piąty, a spośród absolwentów szkół ponadgimnazjalnych z terenu województwa zachodniopomorskiego – ponad 19% zdających, którzy przystąpili do tego egzaminu.

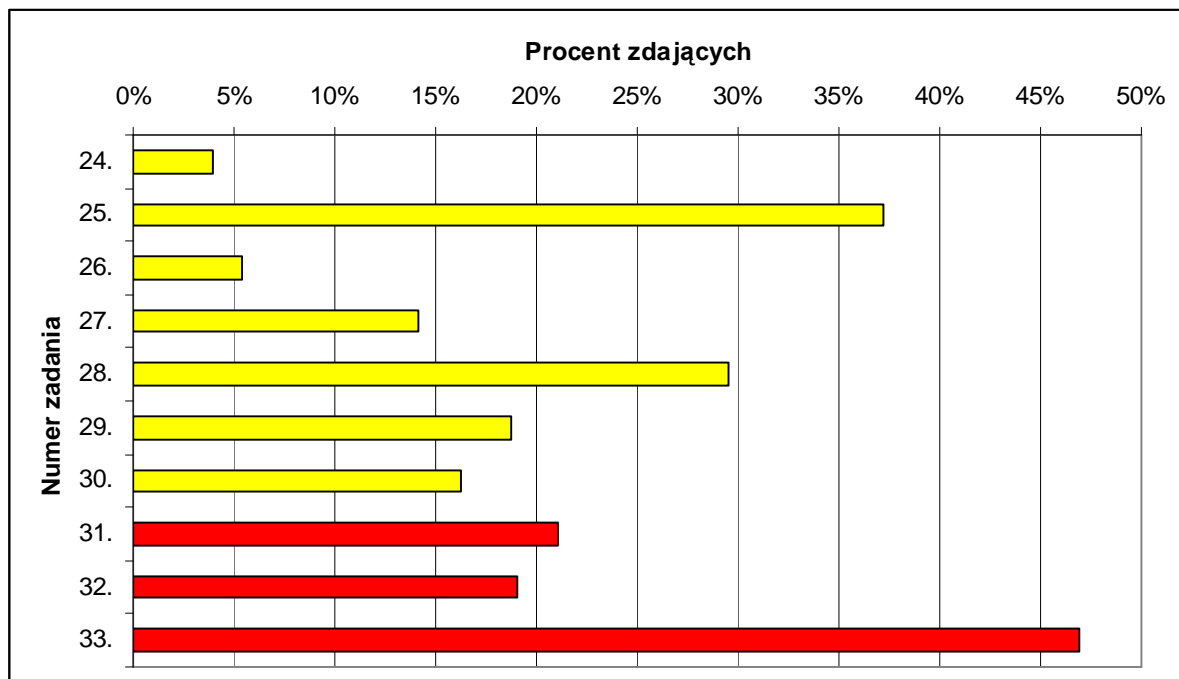
**Wykres 2. Rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających egzamin na poziomie podstawowym**



Niepokoić powinien fakt, że blisko 64% punktacji maturzyści zdobyli za zadania zamknięte, a 7,16% zdających za rozwiązanie zadań otwartych nie otrzymało żadnego punktu (nie podjęło próby rozwiązania lub rozwiązało błędnie). Wykres 3. przedstawia frakcje opuszczeń zadań otwartych z arkusza maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym.



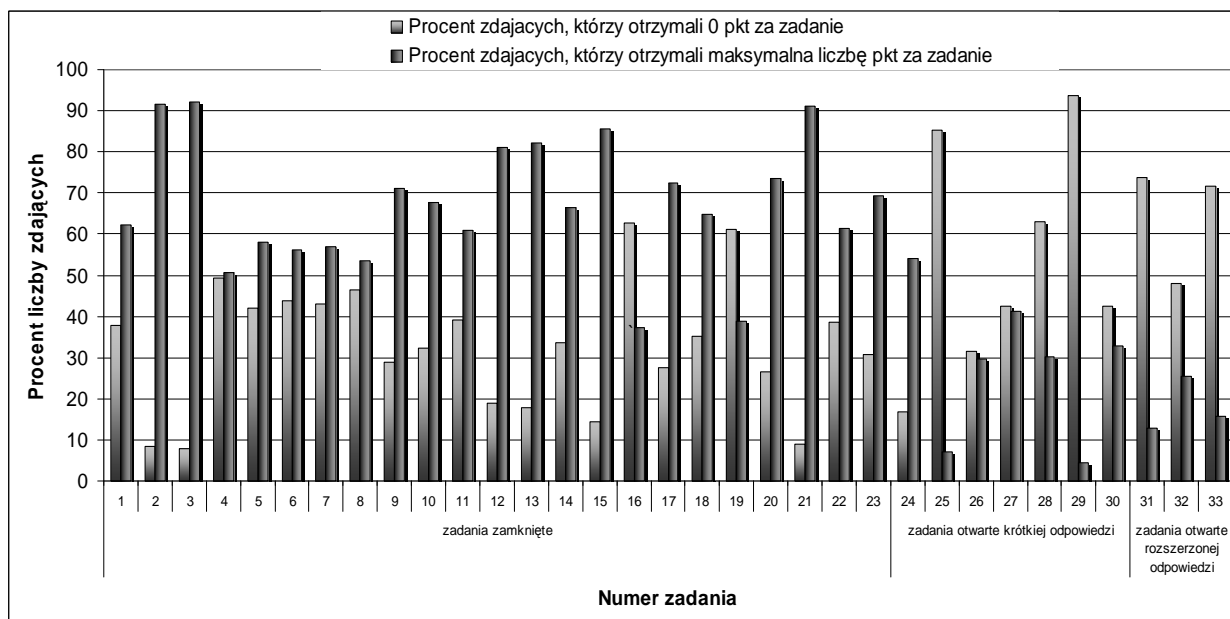
**Wykres 3. Procent liczby zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań otwartych z arkusza na poziomie podstawowym w Okręgu**



Gdyby o zdaniu egzaminu decydowały tylko punkty uzyskane za rozwiązanie zadań otwartych, wówczas egzamin maturalny z matematyki w województwie lubuskim zdałoby 25%, w województwie wielkopolskim – 22,8%, a w województwie zachodniopomorskim – 20,8% tegorocznych maturzystów.

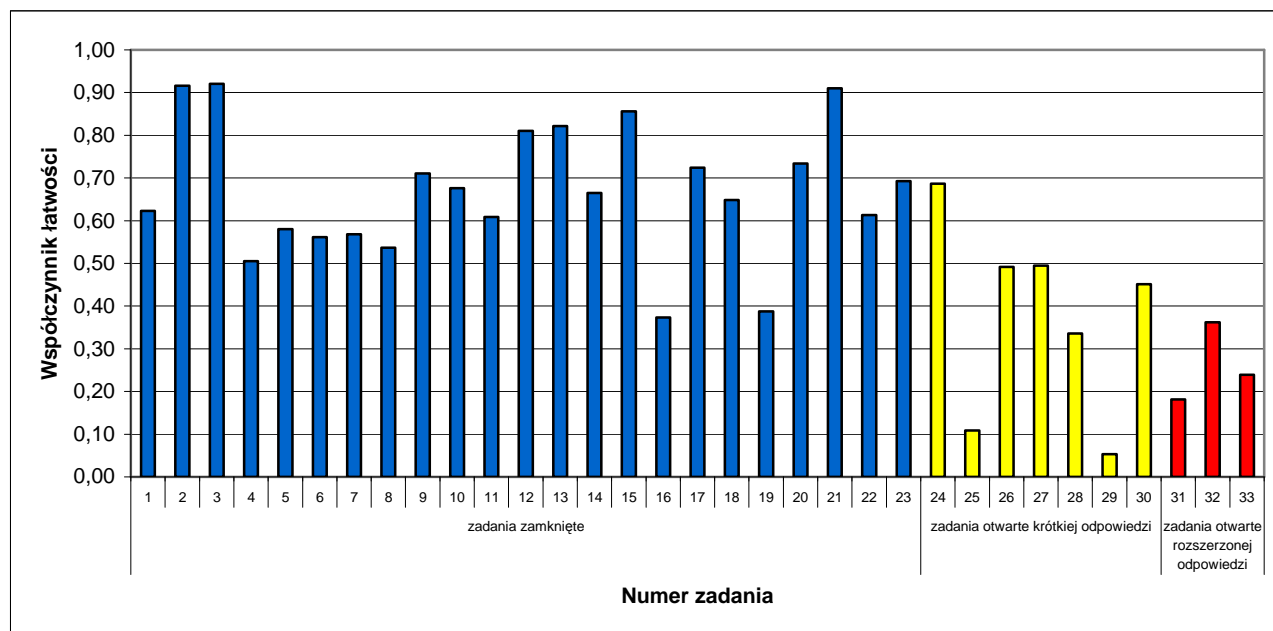
Wykres 4. ilustruje odsetek liczby zdających, którzy otrzymali zero lub maksymalną liczbę punktów za rozwiązanie zadań z arkusza egzaminacyjnego z matematyki.

**Wykres 4. Procent liczby zdających, którzy za rozwiązanie zadań otrzymali zero lub maksymalną liczbę punktów**



Do określenia poziomu wiedzy i umiejętności zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie podstawowym oraz wskazania ich mocnych i słabych stron pomocne są współczynniki łatwości uzyskane za poszczególne zadania w arkuszach egzaminacyjnych. Poniższy wykres prezentuje współczynniki łatwości zadań zawartych w arkuszu na poziomie podstawowym.

**Wykres 5. Współczynniki łatwości dla poszczególnych zadań z arkusza na poziomie podstawowym**



Najłatwiejszymi dla zdających - choć współczynnik łatwości 0,67 wskazuje na umiarkowaną trudność - okazały się zadania zamknięte. Wśród zadań zamkniętych najwięcej trudności sprawiły maturzystom zadania z planimetrii. Najtrudniejsze było zadanie 16. (współczynnik łatwości 0,37), które wymagało umiejętności wykorzystania związków między kątem środkowym i kątem wpisanym. Trudne okazało się również zadanie 19., w którym należało wykorzystać równanie okręgu  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , by sprawdzić czy dana prosta jest styczną. Nieco łatwiejszymi były zadania sprawdzające umiejętność rozwiązywania układu równań (zadanie 4. – współczynnik łatwości 0,51) oraz wykorzystania definicji logarytmu (zadanie 8. – współczynnik łatwości 0,54). Nieco ponad 52% zadań zamkniętych było dla zdających zadaniami umiarkowanie trudnymi, na co wskazują współczynniki łatwości z przedziału 0,50 – 0,69. Były to zadania:

- 1. (wykorzystanie pojęcia wartości bezwzględnej),
- 5. (rozwiązanie równania liniowego i sprawdzenie czy rozwiązanie należy do danego przedziału),
- 6. (sprawdzenie, które z podanych liczb spełniają nierówność i wybranie najmniejszej spośród nich),
- 7. (interpretacja rozwiązania nierówności kwadratowej i liniowej na osi liczbowej),

- 9. (określenie funkcji za pomocą wzoru i zinterpretowanie wykresów funkcji kwadratowych),
- 10. (obliczenie miejsca zerowego funkcji liniowej),
- 11. (zastosowanie wzoru na  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego),
- 14. (zastosowanie prostych związków między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego),
- 18. (zbadanie równoległości prostych na podstawie ich równań kierunkowych),
- 22. (zastosowanie twierdzenia znanego jako klasyczna definicja prawdopodobieństwa do obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia),
- 23. (obliczenie średniej arytmetycznej).

Wśród zadań określanych łatwymi znalazły się zadania 12. (zastosowanie wzoru na  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego), 13. (wyznaczenie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego, gdy dana jest wartość jednej z nich), 17. (znalezienie związków miarowych w figurach płaskich) oraz 20. (wyznaczenie związków miarowych w sześciacie). Najłatwiejszym w tej klasie okazało się zadanie 15. (znalezienie związków miarowych w prostopadłości).

Najwyższe współczynniki łatwości spośród zadań zamkniętych osiągnęły zadania 2., 3. i 21., które sprawdzały – odpowiednio – umiejętność: wykonywania obliczeń procentowych (współczynnik łatwości 0,92), rozkładu wielomianu na czynniki z zastosowaniem wyłączenia wspólnego czynnika poza nawias (współczynnik łatwości 0,92) oraz wyznaczania związków miarowych w stożku (współczynnik łatwości 0,91).

Współczynnik łatwości zarówno siedmiu zadań otwartych krótkiej, jak i trzech zadań rozszerzonej odpowiedzi jest równy 0,32. Oznacza to, że zadania te były dla tegorocznych maturzystów trudne.

Najtrudniejszymi zadaniami w całym arkuszu były dwa zadania otwarte krótkiej odpowiedzi, sprawdzające umiejętności z V obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych, czyli zadanie 25. (dowód algebraiczny) i 29. (dowód geometryczny). Za rozwiązanie zadania 25. blisko 15% maturzystów uzyskało co najmniej jeden punkt z dwóch możliwych do zdobycia. Natomiast ponad 93% zdających nie uzyskało żadnego punktu za dowód geometryczny (nie podjęło próby rozwiązania zadania lub rozwiązało je błędnie). Tylko niewiele ponad 4% osób przedstawiło bezbłędne rozwiązanie tego zadania.

Zadanie 31. (wyznaczenie współrzędnych punktu styczności prostej z okręgiem), które sprawdzało umiejętności z IV obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych, było najtrudniejszym spośród zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi (współczynnik łatwości 0,18). Około 8% procent zdających otrzymało za zadanie 1 pkt, wykazując się podstawową umiejętnością polegającą na zapisaniu współczynnika kierunkowego prostej prostopadłej do danej prostej lub obliczeniu odległości wprost ze wzoru. Nieco ponad 2% zdających zapisało odpowiedni układ równań, za co otrzymali 2 pkt. Niespełna 3% maturzystów pokonało zasadnicze trudności zadania przekształcając układ równań do równania z jedną

niewiadomą. Za ten etap rozwiązania otrzymywali 3 pkt. Tylko 13% zdających przedstawiło pełne rozwiązanie.

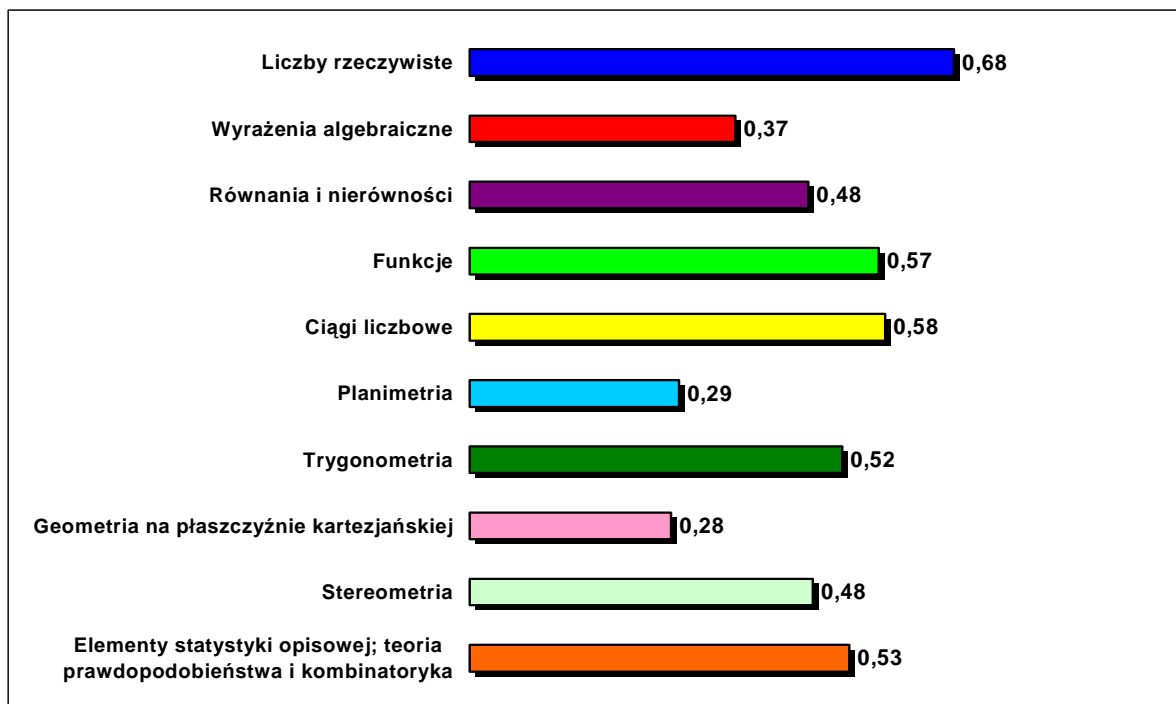
Sześć zadań (60% wszystkich zadań otwartych) okazało się zadaniami trudnymi. Były to zadania:

- 26. (odczytanie z wykresu funkcji jej zbioru wartości oraz maksymalnego przedziału, w którym funkcja maleje),
- 27. (zastosowanie własności ciągu arytmetycznego),
- 28. (zastosowanie prostych związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego),
- 30. (obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia),
- 32. (zadanie umieszczone w kontekście praktycznym, prowadzącym do równania kwadratowego),
- 33. (wyznaczenie związków miarowych w sześciacie).

Najmniej trudności tegorocznym maturzystom sprawiło zadanie 24., sprawdzające umiejętności rozwiązywania nierówności kwadratowej (II obszar standardów wymagań egzaminacyjnych), choć współczynnik łatwości (0,66) klasyfikuje to zadanie jako umiarkowanie trudne.

Dane na wykresie 6. przedstawiają współczynniki łatwości zadań z arkusza egzaminacyjnego według zakresu treści programowych.

**Wykres 6. Współczynniki łatwości dla zadań w arkuszu na poziomie podstawowym według zakresu treści programowych**



Najtrudniejsze dla zdających okazały się zadania z planimetrii i geometrii na płaszczyźnie kartezjańskiej. Oznacza to, że tegoroczni maturzyści mają braki w wiedzy

i umiejętnościach dotyczących m.in. wykorzystania związków między kątem środkowym i kątem wpisanym, przeprowadzenia prostego rozumowania i doprowadzenia do właściwego wniosku, wykorzystania równania okręgu w celu wyznaczenia współrzędnych punktu styczności prostej z okręgiem.

Najłatwiejsze były zadania z zakresu liczb rzeczywistych, w których należało wykorzystać pojęcie wartości bezwzględnej, wykonać obliczenia procentowe oraz skorzystać z definicji logarytmu.

Analiza wyników zdających obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki na terenie działania OKE w Poznaniu z uwzględnieniem typu szkoły, którą ukończyli, pozwala zauważyć duże różnice w osiągnięciach maturzystów. Tabela 4. przedstawia parametry statystyczne opisujące wyniki uzyskane przez maturzystów z różnych typów szkół.

**Tabela 4. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie podstawowym uzyskane przez absolwentów różnych typów szkół**

Obszar	Typ szkoły	Liczba zdających	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana <sup>1</sup>	Modalna <sup>2</sup>	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
Okręg	LO <sup>3</sup>	31 589	27,98	11,60	27	22	50	0	55,96	0,56
	LP	1 677	16,35	7,75	15	15	49	0	32,70	0,33
	T	17 887	19,53	8,61	18	16	50	0	39,05	0,39
	SU	2 099	11,24	6,44	10	9	50	0	22,47	0,22
L	LO	4 744	28,91	11,81	28	22	50	0	57,83	0,58
	LP	204	16,15	8,46	15	14	49	0	32,30	0,32
	T	2 834	19,71	8,98	18	14	50	1	39,43	0,39
	SU	219	10,84	5,37	10	6	31	0	21,67	0,22
W	LO	17 940	28,58	11,44	28	21	50	0	57,16	0,57
	LP	1 255	16,73	7,70	16	12	46	0	33,46	0,33
	T	10 980	19,74	8,45	18	16	50	0	39,48	0,39
	SU	1 250	11,64	7,02	10	9	50	0	23,28	0,23
Z	LO	8 905	26,28	11,63	25	20	50	0	52,56	0,53
	LP	218	14,37	7,04	13	13	42	2	28,73	0,29
	T	4 073	18,81	8,74	17	15	50	0	37,63	0,38
	SU	402	11,13	6,03	10	8	42	0	22,27	0,22

1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

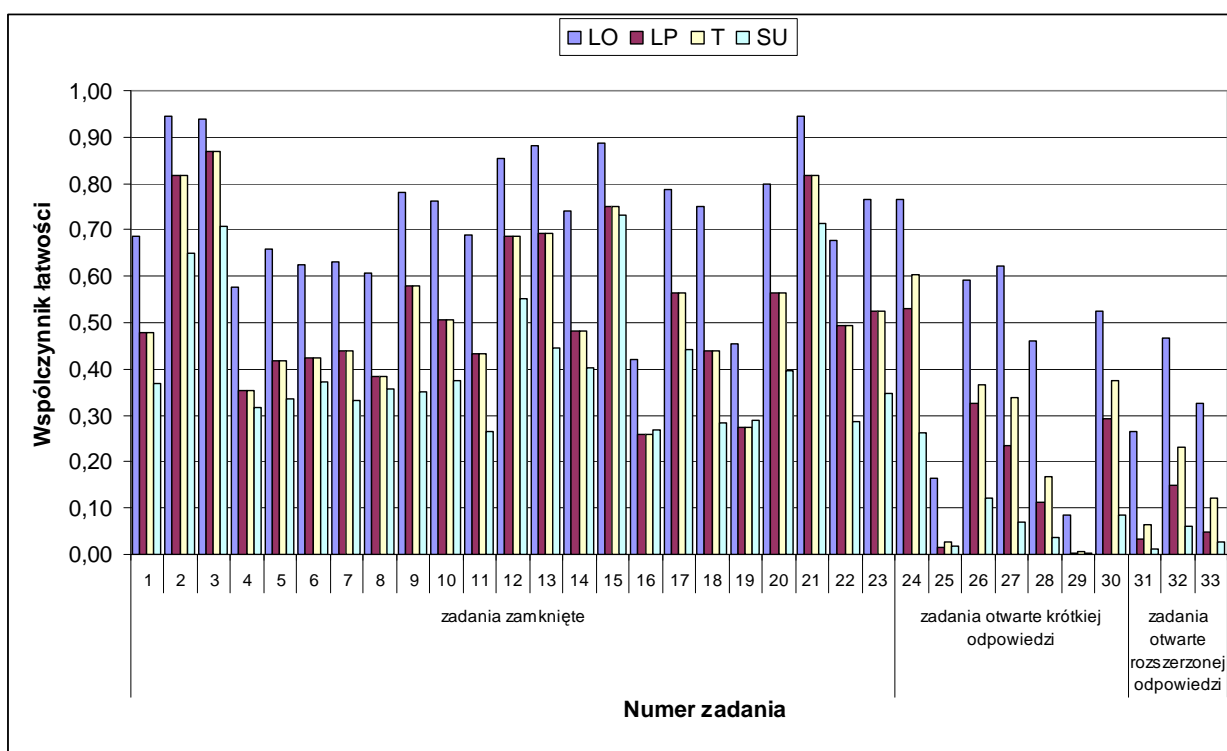
3) LO – liceum ogólnokształcące, LP – liceum profilowane, T – technikum, SU – szkoły uzupełniające

Największa różnica widoczna jest między wynikami osiągniętymi przez absolwentów liceów ogólnokształcących i szkół uzupełniających. W Okręgu wynosi ona 33,49 punktu procentowego. Absolwenci techników uzyskali wyniki o 6,35 punktu procentowego wyższe niż maturzyści z liceów profilowanych. Dla absolwentów liceów ogólnokształcących arkusz egzaminacyjny okazał się umiarkowanie trudny, a dla zdających, którzy ukończyli technikum, liceum profilowane czy szkołę uzupełniającą – trudny.

Najwyższy średni wynik osiągnęli przystępujący do egzaminu absolwenci liceów ogólnokształcących z terenu województwa lubuskiego. Spośród absolwentów liceów profilowanych najwyższy wynik uzyskali maturzyści z województwa wielkopolskiego. Zdający, którzy ukończyli technika na terenie województwa lubuskiego i wielkopolskiego uzyskali porównywalne wyniki, wyższe niespełna o 1 p.p. od wyników absolwentów techników z województwa zachodniopomorskiego.

Na wykresie nr 7 przedstawione są wartości współczynników łatwości zadań dla zdających z poszczególnych typów szkół, które świadczą o poziomie trudności zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym.

**Wykres 7. Współczynniki łatwości dla zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym według typów szkół**



Analiza wykresu pozwala zauważyć znaczące dysproporcje w poziomie wiedzy i umiejętności absolwentów różnych typów szkół przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki. Dla maturzystów z liceów ogólnokształcących zadania zamknięte okazały się łatwe, dla absolwentów techników i liceów profilowanych – umiarkowanie trudne, a dla zdających ze szkół uzupełniających – trudne. Zadania otwarte okazały się trudnymi dla

absolwentów liceów ogólnokształcących i techników, a dla maturzystów z liceów profilowanych i szkół uzupełniających – bardzo trudnymi.

## DODATKOWY EGZAMIN MATURALNY

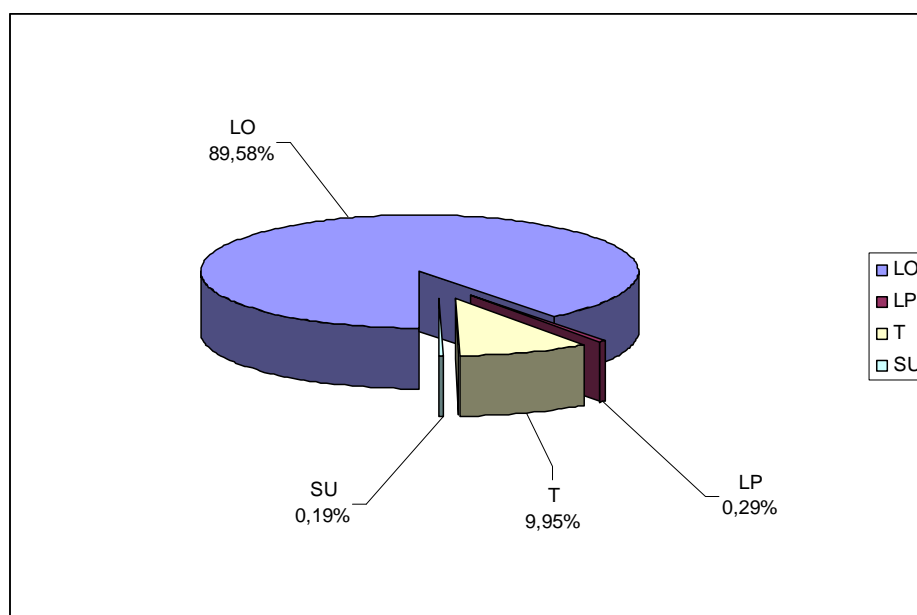
Matematykę jako przedmiot dodatkowy, zdawany na poziomie rozszerzonym, w Okręgu wybrało 12,97% przystępujących do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki. W porównaniu z rokiem ubiegłym, odsetek maturzystów przystępujących do rozwiązywania zadań egzaminacyjnych w arkuszu na poziomie rozszerzonym z matematyki, nieznacznie wzrósł (w 2010 – 11,26%). Tabela 5. przedstawia liczby zdających, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki jako przedmiotu dodatkowego w Okręgu i poszczególnych województwach.

**Tabela 5. Wybieralność matematyki jako przedmiotu dodatkowego w Okręgu i w poszczególnych województwach**

Obszar	Okręg	Województwo lubuskie	Województwo wielkopolskie	Województwo zachodniopomorskie
<b>Liczba zdających</b>	6897	1072	4517	1308
<b>Wybieralność w %</b>	12,97	13,36	14,35	9,57

Na wykresie 8. przedstawiony został podział populacji zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym z uwzględnieniem typu szkoły, ukończonej przez maturzystów.

**Wykres 8. Populacja zdających egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym w różnych typach szkół**



LO – liceum ogólnokształcące, LP – liceum profilowane  
T – technikum, SU – szkoły uzupełniające (3 zdających z Wielkopolski)

Prawie dziewięciu na dziesięciu zdających, którzy wybrali matematykę jako przedmiot dodatkowy, to absolwenci liceów ogólnokształcących. W porównaniu z rokiem ubiegłym, zmalał odsetek maturzystów z liceów ogólnokształcących, przystępujących do tego egzaminu, na rzecz absolwentów techników. Nieznacznie wzrósł również odsetek absolwentów szkół uzupełniających wybierających matematykę jako przedmiot dodatkowy, choć było tylko 13 zdających matematykę na poziomie rozszerzonym w całym Okręgu, którzy ukończyli ten typ szkoły.

### **III. Opis zestawu egzaminacyjnego (arkusza) – poziom rozszerzony**

Arkusze egzaminacyjny z matematyki na poziomie rozszerzonym składał się z 12 zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi. Rozwiązanie tych zadań wymagało od zdających opanowania wiadomości i umiejętności określonych w standardach wymagań egzaminacyjnych zarówno dla poziomu podstawowego, jak i rozszerzonego.

Rozwiązując zadania z zestawu egzaminacyjnego maturzyści musieli wykazać się umiejętnościami z zakresu następujących standardów wymagań egzaminacyjnych: modelowanie matematyczne, użycie i stosowanie strategii, rozumowanie i argumentacja.

Wagę procentową punktów, możliwych do uzyskania za wiadomości i umiejętności z poszczególnych obszarów standardów wymagań sprawdzanych w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie rozszerzonym przedstawiono w tabeli 6.

**Tabela 6. Punktowy i procentowy udział umiejętności z poszczególnych obszarów standardów wymagań w arkuszu egzaminacyjnym poziomie rozszerzonego**

<b>Obszar standardów wymagań egzaminacyjnych</b>		<b>Liczba punktów</b>	<b>Waga w %</b>
<b>III.</b>	Modelowanie matematyczne	4	8
<b>IV.</b>	Użycie i tworzenie strategii	39	78
<b>V.</b>	Rozumowanie i argumentacja	7	14

Umiejętności z III obszaru standardów wymagań egzaminacyjnych sprawdzało zadanie 8., polegające na obliczeniu długości krawędzi podstawy graniastosłupa, którego pole powierzchni bocznej jest największe. W zadaniu należało wykorzystać związki miarowe w graniastosłupie, a następnie wyznaczyć największą wartość funkcji opisującej pole powierzchni bocznej graniastosłupa.

Umiejętności z zakresu rozumowania i argumentacji sprawdzały zadania dotyczące przeprowadzenia dowodu algebraicznego, polegającego na przekształceniu równoważnym wyrażenia wymiernego (zadanie 2.) i dowodu geometrycznego, wykorzystującego związki miarowe w figurach płaskich (zadanie 10.).



W arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie rozszerzonym 78% zadań sprawdzało umiejętność analizy treści zadania i tworzenia strategii jego rozwiązania. Umiejętności takich wymagało rozwiązanie zadania:

- 1., które dotyczyło wykorzystania cech podzielności liczb całkowitych,
- 3., które polegało na rozwiązaniu równania kwadratowego z parametrem, przeprowadzeniu dyskusji i wyciągnięciu z niej wniosków końcowych,
- 4., w którym należało rozwiązać równanie trygonometryczne,
- 5., w którym w celu obliczenia pierwszego wyrazu ciągu należało zastosować własności ciągu geometrycznego oraz wzory na  $n$ -ty wyraz tego ciągu i na sumę  $n$  wyrazów ciągu arytmetycznego,
- 6., w którym należało wyznaczyć długość środkowej w trójkącie, wykorzystując związki miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii,
- 7., badającego wzajemne położenie prostej i okręgu,
- 9., w którym należało wykorzystać wzory na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacji kombinatorycznej,
- 11., które polegało na wyznaczeniu wartości sinususa kąta między ścianą boczną a podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego,
- 12., które wymagało wykorzystania własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń.

#### **IV. Interpretacja osiągnięć zdających**

Średni wynik procentowy uzyskany przez maturzystów z województw: lubuskiego, wielkopolskiego i zachodniopomorskiego, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym, jest niższy od wyniku krajowego o 2,69 punktu procentowego. Tabela 7. prezentuje parametry statystyczne, opisujące wyniki uzyskane przez zdających za rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki, zdawanej jako przedmiot dodatkowy.

**Tabela 7. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym**

Obszar	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana <sup>1</sup>	Modalna <sup>2</sup>	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
<b>Okręg</b>	20,89	12,60	20	20	50	0	41,78	0,42
<b>L<sup>3</sup></b>	21,98	12,20	22	15 i 32	50	0	43,96	0,44
<b>W</b>	20,12	12,59	19	4	50	0	40,25	0,40
<b>Z</b>	22,64	12,71	22	20 i 24	50	0	45,29	0,45

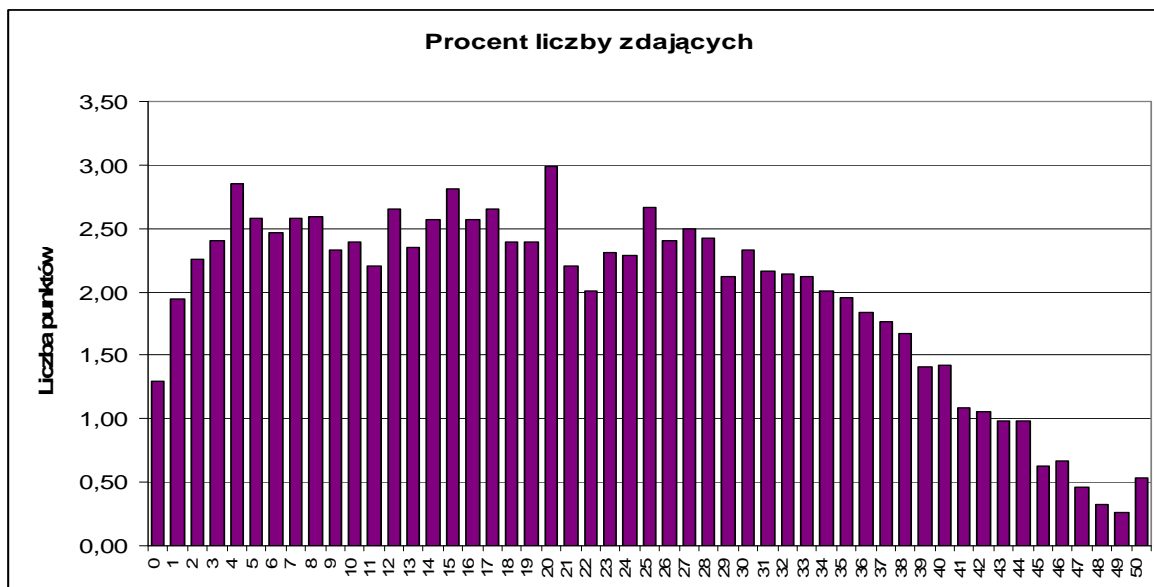
1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

3) L – województwo lubuskie, W – województwo wielkopolskie, Z – województwo zachodniopomorskie

Rozkład wyników punktowych uzyskanych przez absolwentów szkół ponadgimnazjalnych z województw Okręgu, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym prezentuje wykres 9.

**Wykres 9. Rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym**



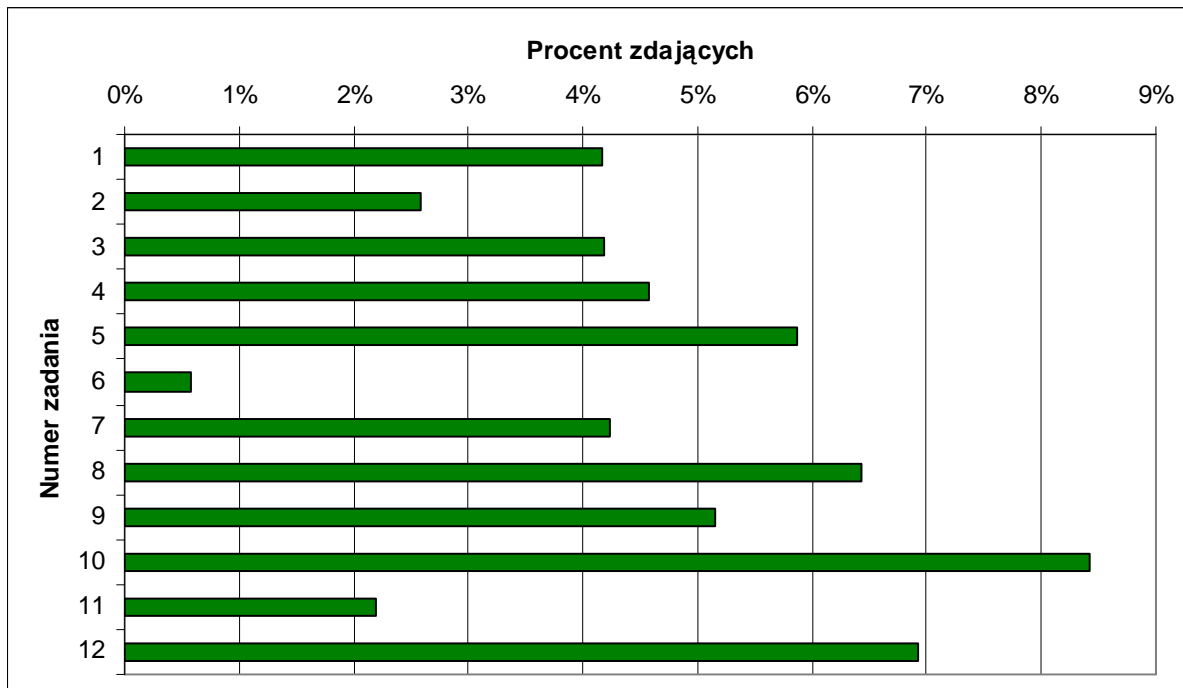
Rozkład wyników jest prawoskośny, z wypiętrzeniem na wartości 20 punktów (40%). Modalna jest równa medianie i minimalnie niższa od średniego wyniku uzyskanego przez maturzystów w Okręgu. Inaczej sprawa ma się w poszczególnych województwach, gdzie modalna jest zdecydowanie niższa niż mediana i wynik średni. Znaczna różnica (rozstęp) między wynikiem najniższym i najwyższym świadczy o zróżnicowaniu wiedzy i umiejętności zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym.

Spośród tegorocznych maturzystów, którzy przystąpili do egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym blisko 47% uzyskało wynik wyższy od średniego wyniku krajowego. Maksymalną liczbę punktów (50) otrzymało 37 maturzystów (w tym 6 laureatów i finalistów olimpiady przedmiotowej). Natomiast żadnego punktu nie otrzymało 89 zdających (w woj. lubuskim – 13, w woj. wielkopolskim – 66, w woj. zachodniopomorskim – 10). Wyniki na poziomie zadowalającym (35 i więcej punktów) uzyskało 17% absolwentów szkół ponadgimnazjalnych z terenu działania poznańskiej OKE, rozwiązujących zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym.

O tym, które zadania w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie rozszerzonym sprawiły zdającym najwięcej problemów, informuje nas odsetek liczby osób, które nie podjęły próby rozwiązania danego zadania oraz współczynnik łatwości tego zadania.

Na wykresie 10. przedstawiono procent liczby zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym w Okręgu.

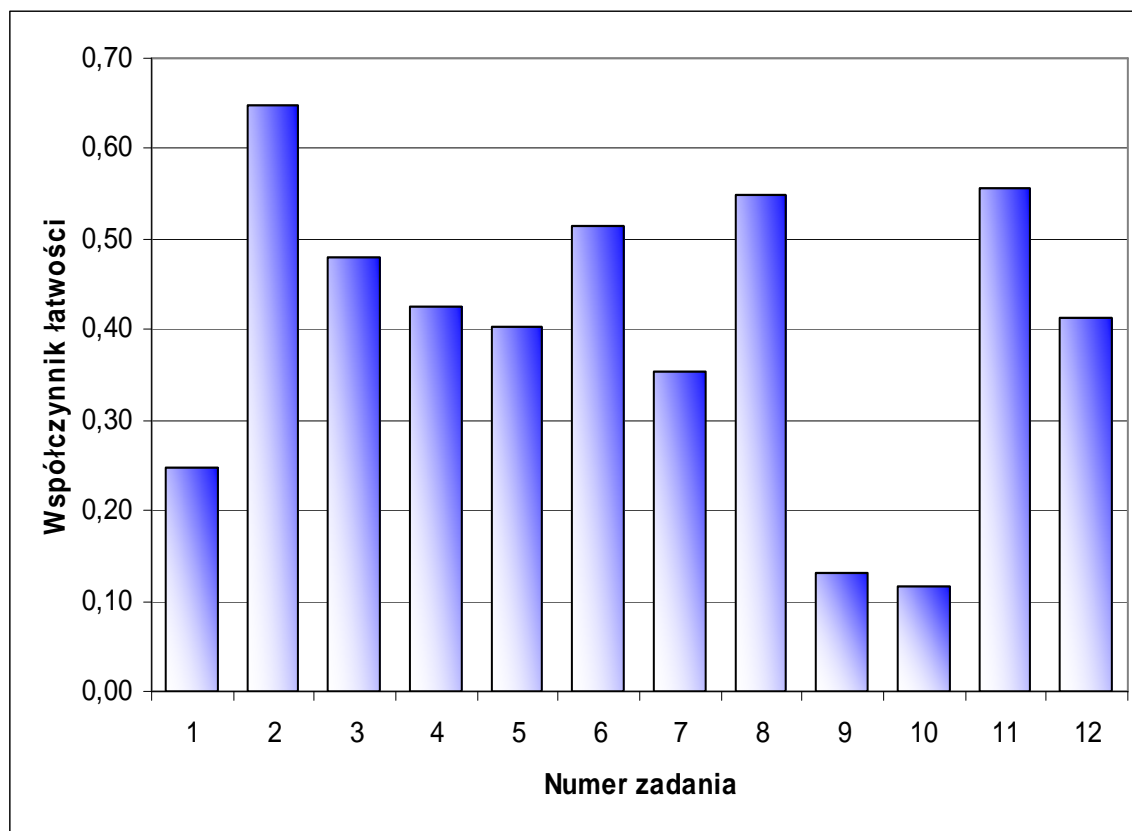
**Wykres 10. Procent liczby zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym w Okręgu**



Zdecydowanie największą liczbę opuszczeń spośród zadań egzaminacyjnych z matematyki na poziomie rozszerzonym ma zadanie 10., które wymagało od rozwiązujących je maturzystów wykazania się umiejętnością dostrzeżenia związków miarowych w czworokącie i wykorzystania ich do wykazania równoległości dwóch odcinków. Ponad 8,4% zdających nie podjęło próby rozwiązania tego zadania. Blisko 7 % zdających nie zdecydowało się na rozwiązanie zadania dotyczącego wyznaczenia prawdopodobieństwa zdarzenia w oparciu o jego własności.

Ponad 99% zdających podjęło próbę rozwiązania zadania sprawdzającego wiadomości i umiejętności związane ze znalezieniem związków miarowych w figurach płaskich (zadanie 6.), co mogłoby wskazywać na opanowanie przez maturzystów tych umiejętności. Nie przełożyło się to jednak na uzyskanie punktów za rozwiązanie go przez zdających. Rozwiązania zadań 2. (przekształcenie równoważne wyrażenia wymiernego) i 11. (znalezienie związków miarowych w ostrosłupie) podjęło się ponad 97% maturzystów. Jak pokazuje wykres 11., przedstawiający współczynniki łatwości dla zadań egzaminacyjnych w arkuszu na poziomie rozszerzonym, zadania te okazały się dla tegorocznych maturzystów umiarkowanie trudne.

Wykres 11. Współczynniki łatwości dla poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym



W arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie rozszerzonym najtrudniejszym dla tegorocznych maturzystów okazało się zadanie 10., które sprawdzało umiejętność przeprowadzenia dowodu geometrycznego. Spośród blisko 92% maturzystów, którzy podjęli próbę rozwiązania tego zadania, niemal 88% otrzymało za jego rozwiązanie 0 punktów. Bardzo trudnym dla tegorocznych maturzystów okazało się również zadanie 9. (współczynnik łatwości 0,13), które sprawdzało umiejętności z zakresu kombinatoryki.

Współczynniki łatwości 6 zadań, spośród 12 mieszczą się w przedziale 0,20 - 0,49, co oznacza, że dla zdających zadania te były trudne. Zadania sprawdzały umiejętność: wykorzystania cech podzielności liczb całkowitych, rozwiązywania równań kwadratowych z parametrem, rozwiązywania równań trygonometrycznych, zastosowania własności ciągu geometrycznego oraz wzorów na  $n$ -ty wyraz tego ciągu i na sumę  $n$  wyrazów ciągu arytmetycznego, rozwiązywania zadania dotyczącego wzajemnego położenia prostej i okręgu, wykorzystania własności prawdopodobieństwa do obliczenia prawdopodobieństwa danego zdarzenia.

Umiarkowanie trudnymi dla zdających były zadania polegające na zastosowaniu związków miarowych w figurach płaskich z elementami trygonometrii oraz wykorzystaniu związków miarowych w graniastopie i ostrostopie.

Najłatwiejszym dla tegorocznych maturzystów okazało się zadania sprawdzające umiejętność przekształcania równoważnego wyrażenia wymiernego (zadanie 2.), choć jego współczynnik łatwości (0,65) klasyfikuje zadanie jako umiarkowanie trudne. Za rozwiązanie tego zadania ponad 49% zdających uzyskało maksymalną liczbę punktów możliwą do zdobycia, a niemal co czwarty maturzysta – co najmniej połowę punktacji.

Analiza wyników maturzystów, którzy przystąpili do egzaminu dodatkowego z matematyki z uwzględnieniem typu szkoły, którą ukończyli pozwala stwierdzić, że podobnie jak w części obowiązkowej egzaminu zdający z liceów ogólnokształcących osiągnęli wyniki zdecydowanie wyższe niż absolwenci z pozostałych typów szkół. Najwyższy średni wynik osiągnęli przystępujący do egzaminu absolwenci liceów ogólnokształcących z terenu województwa lubuskiego. Tabela 8. przedstawia parametry statystyczne opisujące wyniki uzyskane przez absolwentów różnych typów szkół, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki jako przedmiotu dodatkowego na poziomie rozszerzonym.

**Tabela 8. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym przez absolwentów różnych typów szkół**

Obszar	Typ szkoły	Liczba zdających	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana <sup>1</sup>	Modalna <sup>2</sup>	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
Okręg	LO <sup>3</sup>	6178	22,12	12,35	22	20	50	0	44,25	0,44
	LP	20	10,50	8,11	9	14	29	0	21,00	0,21
	T	686	10,08	9,15	7	1	50	0	20,15	0,20
	SU	13	21,23	14,31	20	20	44	0	42,46	0,42
L	LO	937	23,66	11,62	24	15	50	0	47,33	0,47
	LP	3	16,67	8,33	14	-----	26	10	33,33	0,33
	T	132	10,14	9,45	6,5	4	50	0	20,27	0,20
W	LO	4023	21,37	12,38	21	20	50	0	42,74	0,43
	LP	16	9,44	8,07	7	4	29	0	18,88	0,19
	T	466	9,64	8,92	7	1	45	0	19,27	0,19
	SU	12	22,58	14,05	20	20	44	0	45,17	0,45
Z	LO	1218	23,42	12,58	24	33	50	0	46,83	0,47
	LP	1	9	-----	9	9	9	9	18	0,18
	T	88	12,33	9,68	10	6	44	1	24,66	0,25
	SU	1	5	-----	5	5	5	5	10	0,1

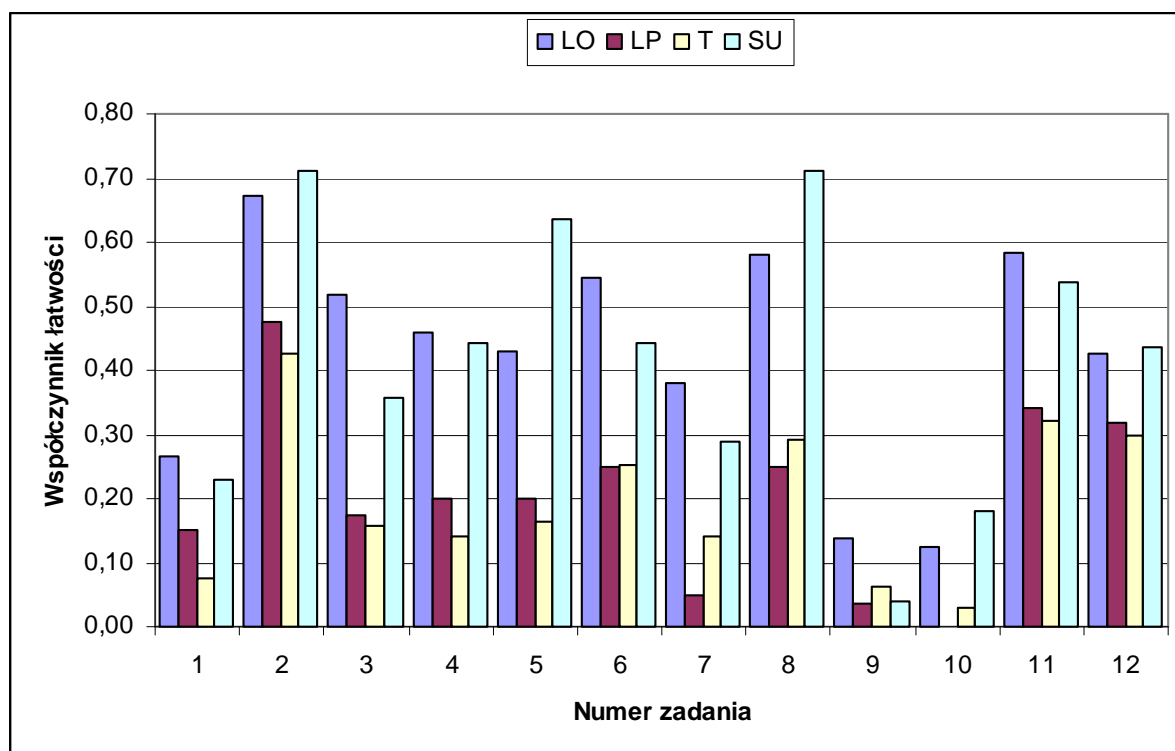
1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

3) LO – liceum ogólnokształcące, LP – liceum profilowane, T – technikum, SU – szkoły uzupełniające

Zestaw egzaminacyjny z matematyki na poziomie rozszerzonym dla absolwentów liceów profilowanych i techników okazał się bardzo trudny, a dla zdających, którzy ukończyli licea ogólnokształcące i szkoły uzupełniające – trudny. O tym, z którymi zadaniami zdający mieli największe problemy świadczą współczynniki łatwości poszczególnych zadań przedstawione na wykresie 12.

**Wykres 12. Współczynniki łatwości dla poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym według typów szkół**



Dla absolwentów wszystkich typów szkół, którzy rozwiązywali zadania egzaminacyjne z matematyki na poziomie rozszerzonym najtrudniejszymi były zadania 9. i 10. Pierwsze z nich polegało na wykorzystaniu wzorów na liczbę permutacji, kombinacji i wariacji do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych. Natomiast zadanie 10. wymagało przeprowadzenia dowodu geometrycznego. Spośród zdających, którzy ukończyli licea profilowane żaden maturzysta nie uzyskał punktu za rozwiązanie zadania 10., a tylko 3 z 20 zdających uzyskało jeden punkt. Spośród absolwentów liceów ogólnokształcących i techników ponad 3% zdających uzyskało co najmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania 10. Natomiast za rozwiązanie zadania 9., ponad 17% maturzystów z techników uzyskało co najmniej jeden punkt, a spośród absolwentów z liceów ogólnokształcących ponad 7,5% zdających.

Najłatwiejszymi zadaniami dla tegorocznych maturzystów z wszystkich typów szkół okazały się zadania polegające na równoważnym przekształceniu wyrażenia wymiernego, wykorzystaniu związków miarowych w graniastosłupie do wyznaczenia długości krawędzi podstawy oraz wykorzystaniu związków miarowych w ostrosłupie w celu wyznaczenia sinus kąta między ścianą boczną a podstawą bryły.

## **WNIOSKI**

Analiza wyników uzyskanych przez zdających egzamin maturalny z matematyki na obszarze działania Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Poznaniu pozwala na sformułowanie kilka wniosków.

- Nadal zauważa się duże różnice w osiągniętych wynikach w zależności od typu szkoły, którą ukończyli maturzyści. Wyraźnie widać to zarówno w części obowiązkowej egzaminu, jak i w części dodatkowej.
- Podobnie jak w roku ubiegłym, najłatwiejsze dla zdających obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki okazały się zadania zamknięte. Natomiast zadania otwarte, które wymagały przedstawienia strategii rozwiązania i poszczególnych jego etapów, były dla maturzystów umiarkowanie trudne i trudne.
- Zarówno na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym zdającym największy problem sprawiły zadania wymagające przeprowadzenia dowodu czy to z zakresu geometrii, czy też algebry (V obszar standardów wymagań egzaminacyjnych – rozumowanie i argumentacja).
- W rozwiązaniach zadań zamieszczanych przez zdających w arkuszach egzaminacyjnych zauważa się brak krytycznej oceny otrzymanych wyników oraz nieporadność rachunkową, która często utrudnia lub nawet uniemożliwia poprawne rozwiązanie zadania.

*Koordynatorzy egzaminu maturalnego  
z matematyki*

*Izabela Szafrńska  
Marek Saleniuk*