



Centralna Komisja Egzaminacyjna

BADANIE DIAGNOSTYCZNE W ROKU SZKOLNYM 2012/2013

CZĘŚĆ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZA MATEMATYKA

ODPOWIEDZI I PROPOZYCJE OCENIANIA ZADAŃ

ARKUSZ GM-M7-125

LISTOPAD 2012

Liczba punktów za zadania zamknięte i otwarte: 29

Zadania zamknięte

Numer zadania	Odpowiedź poprawna	Zasady przyznawania punktów
1	C	<ul style="list-style-type: none">• poprawna odpowiedź – 1 p.• odpowiedź błędna lub brak odpowiedzi – 0 p.
2	D	
3	PP	
4	A	
5	PP	
6	PF	
7	C	
8	FP	
9	C	
10	PF	
11	PF	
12	B	
13	C	
14	PF	
15	FF	
16	FP	
17	PF	
18	TC	
19	D	
20	B	

Zadania otwarte

UWAGA

Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 21. (0-3)

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Wszystkie klasy zebrały razem 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł, zatem szkoła płaci $\frac{1000}{1200} = \frac{5}{6}$ zebranej kwoty. Stąd wniosek, że każda klasa płaci $\frac{5}{6}$ zebranych pieniędzy, więc dostanie zwrot $\frac{1}{6}$ wpłaconej kwoty. Zatem klasa 3a otrzyma zwrot $\frac{1}{6} \cdot 360 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$.

II sposób

Zebrane kwoty przez poszczególne klasy to: 360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł. Razem zebrano 1200 zł. Zniżka dla szkoły wynosi 200 zł.
Stosunek zebranych kwot: 6 : 5 : 5 : 4. Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam. Ponieważ $200 \text{ zł} : 20 = 10 \text{ zł}$, zatem klasa 3a otrzyma zwrot $6 \cdot 10 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$.

III sposób

Wszystkie klasy zebrały łącznie 1200 zł.
Wkład klasy 3a stanowi $\frac{360}{1200} = \frac{3}{10}$ tej kwoty.

Do podziału między wszystkie klasy jest 200 zł. Wobec tego klasie 3a trzeba zwrócić

$$\frac{3}{10} \cdot 200 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$$

IV sposób

Stosunek zwróconych kwot powinien być taki sam jak stosunek zebranych kwot:

360 zł, 300 zł, 300 zł, 240 zł – 1200 zł

180 zł, 150 zł, 150 zł, 120 zł – 600 zł

60 zł, 50 zł, 50 zł, 40 zł – 200 zł

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

V sposób

Klasy 3b i 3c wpłaciły łącznie taką samą kwotę jak klasy 3a i 3d łącznie, czyli po 600 zł. Skoro do zwrotu jest 200 zł (1200 zł – 1000 zł), to klasom 3b i 3c łącznie trzeba zwrócić tyle samo co klasom 3a i 3d razem, czyli po 100 zł, ale każdej klasie proporcjonalnie do jej wpłaty:

$$3a : 3d = 360 : 240 = 3 : 2$$

Kwota 100 zł podzielona w tej proporcji to

$$3a : 3d = 60 \text{ zł} : 40 \text{ zł}$$

Odpowiedź. Klasie 3a zwrócono 60 zł.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie kwoty zwróconej klasie 3a (60 zł)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

ustalenie metody dokonania podziału kwoty:

obliczenie, jaką częścią całej zebranej kwoty jest kwota do zwrotu

(I sposób: np. $\frac{200}{1200} = \frac{1}{6}$)

lub

wyznaczenie stosunku wpłat dokonanych przez poszczególne klasy

(II sposób: np. 6 : 5 : 5 : 4 ; V sposób: np. 3a : 3d = 3 : 2)

lub

obliczenie, jaką częścią zebranej kwoty jest wpłata klasy 3a

(III sposób: np. $\frac{360}{1200} = \frac{3}{10}$)

lub

proporcjonalne zmniejszenie kwot wpłaconych przez poszczególne klasy w celu uzyskania sumy równej łącznej kwocie do zwrotu (IV sposób)

lub

obliczenie kwoty, którą należy zwrócić klasie 3a z błędem rachunkowym

P₁ – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania

obliczenie łącznej kwoty do zwrotu (200 zł)

lub

ustalenie metody dokonania podziału kwoty z błędem rachunkowym

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0-3)

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Paweł mógł wyrzucić liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Otrzymana liczba ma być parzysta, czyli jej ostatnią cyfrą może być 2, 4 lub 6.

Otrzymana liczba ma być podzielna przez 9, więc suma jej cyfr musi być liczbą podzielną przez 9.

A zatem:

- jeśli ostatnia cyfra jest równa 2, to mamy liczbę $312x2$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 1$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 4, to liczba jest równa $312x4$. Żadna z liczb od 1 do 6, wstawiona w miejsce x , nie utworzy liczby podzielnej przez 9.
- jeśli ostatnia cyfra jest równa 6, to mamy liczbę $312x6$. Spośród liczb od 1 do 6 tylko dla $x = 6$ otrzymana liczba jest podzielna przez 9.

Odpowiedź. Paweł wyrzucił kolejno liczby 1 i 2 lub 6 i 6.

II sposób

Szukana liczba to $312xy$ i x, y to liczby od 1 do 6.

Aby ta liczba była podzielna przez 9 suma jej cyfr musi być podzielna przez 9.

Stąd $x + y = 3$ lub $x + y = 12$

Aby szukana liczba była parzysta, to jej ostatnia cyfra musi być równa 2 lub 4 lub 6.

Jeśli $y = 2$, to x musi być równe 1.

Jeśli $y = 4$, to nie ma odpowiedniego x .

Jeśli $y = 6$, to x musi być równe 6.

Czyli za czwartym i piątym razem Paweł wyrzucił 1 i 2 lub 6 i 6.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

podanie obu rozwiązań zadania (1 i 2 lub 6 i 6)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

podanie rozwiązań: 1 i 2, 6 i 6, 2 i 1 (powołanie się tylko na podzielność liczby przez 9) lub

odrzuć rozwiązanie z liczbą 4 ($312x4$), które nie spełnia warunku podzielności liczby przez 9

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

podanie możliwej liczby oczek: 2, 4, 6, którą Paweł mógł wyrzucić za piątym razem (powołanie się tylko na parzystość liczby)

lub

podanie jednego poprawnego rozwiązania (1 i 2 albo 6 i 6)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

niepoprawne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0-3)

Przykładowe rozwiązanie

$$P_c = 2P_p + 4P_1$$

Podstawą graniastosłupa jest kwadrat, o boku 6 cm, stąd pole podstawy jest równe

$$P_p = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$

Powierzchnię boczną graniastosłupa tworzą 4 prostokąty. Pole powierzchni bocznej jest równe $4P_1 = P_c - 2P_p$, gdzie P_1 oznacza pole ściany bocznej.

$$4P_1 = 264 - 2 \cdot 36$$

$$4P_1 = 264 - 72$$

$$4P_1 = 192$$

$$P_1 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ściana boczna jest prostokątem, czyli $6h = 48$, stąd $h = \frac{48}{6} = 8 \text{ (cm)}$

Odpowiedź. Wysokość graniastosłupa jest równa 8 cm.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie wysokości graniastosłupa (8 cm)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

obliczenie pola podstawy (36 cm^2) i pola jednej ściany bocznej graniastosłupa (48 cm^2)
lub

rozwiązanie zadania do końca poprawną metodą ale z błędami rachunkowymi

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

obliczenie pola podstawy graniastosłupa (36 cm^2)

lub

zapisanie równania prowadzącego do obliczenia pola powierzchni bocznej graniastosłupa
(np. $4P_1 = 264 - 2P_p$)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania