



**OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA
W POZNANIU**

**WYNIKI
EGZAMINU MATURALNEGO
Z MATEMATYKI**

RAPORT

**WOJEWÓDZTWA
LUBUSKIE*WIELKOPOLSKIE*ZACHODNIOPOMORSKIE**

2015

Spis treści

Wstęp	3
OBOWIĄZKOWY EGZAMIN MATURALNY (POZIOM PODSTWOWY)	4
I. Opis zestawów egzaminacyjnych	4
II. Interpretacja osiągnięć zdających	7
DODATKOWY EGZAMIN MATURALNY (POZOM ROZSZERZONY)	16
I. Opis zestawów egzaminacyjnych	16
II. Interpretacja osiągnięć zdających	18
WNIOSKI	24

Wstęp

Od 2010 roku egzamin z matematyki na poziomie podstawowym jest jednym z pięciu obowiązkowych egzaminów, których zdanie warunkuje uzyskanie świadectwa dojrzałości. Przez 5 lat arkusze egzaminacyjne z matematyki zawierały zadania, które sprawdzały umiejętności, określone poprzez standardy wymagań egzaminacyjnych. Od roku 2012 w szkołach ponadgimnazjalnych została wprowadzona nowa podstawa programowa, zawierająca wymagania ogólne oraz wymagania szczegółowe, których opanowanie sprawdzane jest poprzez zadania tworzące arkusze egzaminacyjne. W bieżącym roku szkolnym licea ogólnokształcące ukończyli pierwsi absolwenci, którzy realizowali naukę według nowej podstawy programowej. W 2016 roku zakończą naukę według tej podstawy uczniowie techników. Różnica w długości kształcenia absolwentów różnych szkół ponadgimnazjalnych spowodowała, że tegoroczni maturzyści, w zależności od typu szkoły, którą ukończyli, podczas egzaminu maturalnego rozwiązywali zadania tworzące dwa różne zestawy. Przystąpili oni do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym 5 maja br. o godzinie 9⁰⁰. Absolwenci szkół realizujących „stara” podstawę programową rozwiązywali zadania sprawdzające umiejętności określone przez standardy wymagań egzaminacyjnych („stara formuła egzaminu”). Natomiast umiejętności tegorocznych maturzystów, którzy ukończyli licea ogólnokształcące, sprawdzane były przez zestaw egzaminacyjny, zbudowany na podstawie wymagań ogólnych i szczegółowych, zawartych w podstawie programowej, obowiązującej od 2012 roku („nowa formuła egzaminu”).

Oba arkusze egzaminacyjne zawierały po 25 zadań zamkniętych, 6 zadań otwartych krótkiej odpowiedzi oraz 3 zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi. Na rozwiązanie zadań podczas egzaminu zdający mieli 170 minut. Natomiast maturzyści, którzy wybrali matematykę jako przedmiot dodatkowy, przystąpili do rozwiązywania zadań zawartych w arkuszu na poziomie rozszerzonym 8 maja 2015 o godzinie 9⁰⁰. Absolwenci techników na rozwiązanie jedenastu zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi mieli 180 minut. Tyle samo czasu trwał również egzamin na poziomie rozszerzonym maturzystów z liceów ogólnokształcących. Jednak ich arkusz egzaminacyjny składał się z 5 zadań zamkniętych oraz 11 zadań otwartych, w tym 6 zadań krótkiej i 5 zadań rozszerzonej odpowiedzi. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań, zarówno w arkuszu na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym, można było otrzymać maksymalnie 50 punktów. By zdać egzamin maturalny z matematyki maturzyści musieli uzyskać co najmniej 30% punktów. Podczas egzaminu na obu poziomach zdający mogli korzystać z pomocy określonych w komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej: odpowiedniego zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki i kalkulatora prostego.

W bieżącym roku, do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na terenie działania Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Poznaniu, po raz pierwszy przystąpiło 42 795 absolwentów szkół ponadgimnazjalnych, w tym 38% do egzaminu według „starej formuły egzaminu”. W województwie lubuskim do egzaminu przystąpiło 6 519 maturzystów (w tym 40,2% według „starej formuły”). 11 026 zdających (w tym 35,2% według „starej

formuły”) w Okręgu pochodziło z terenu województwa zachodniopomorskiego. Najwięcej, bo 59% maturzystów, stanowili zdający w województwie wielkopolskim (w tym 38,8% według „starej formuły”).

Jako przedmiot dodatkowy matematykę na poziomie rozszerzonym w Okręgu wybrało 7 526 maturzystów, co stanowi 17,6% zdających (w tym 17,4% według „starej formuły”).

Stu dwudziestu dwóch zdających absolwentów szkół lub klas dwujęzycznych przystąpiło 22 maja br. również do egzaminu z matematyki w języku obcym, będącym drugim językiem nauczania: 60 w języku angielskim, 24 w języku francuskim i 38 w języku niemieckim.

Obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki w Okręgu zdało 77,5% tegorocznych maturzystów z województw lubuskiego, wielkopolskiego i zachodniopomorskiego, którzy przystąpili do niego po raz pierwszy według nowej formuły. Spośród zdających egzamin według starej formuły egzaminu sukces osiągnęło 69,9% maturzystów. Wyniki te są niższe w porównaniu do poziomu zdawalności egzaminu maturalnego z matematyki w kraju, który dla wszystkich zdających jest równy odpowiednio 82% i 70%. Najwyższy odsetek sukcesów odnotowano w województwie lubuskim - 82% (według starej formuły - 73%). W Wielkopolsce obowiązkowy egzamin z matematyki zdało 79% (według starej formuły - 72%). Najniższą zdawalność w Okręgu odnotowano wśród zdających z terenu województwa zachodniopomorskiego - 75% przystępujących (według starej formuły - 71%).

W niniejszym opracowaniu omówione zostaną wyniki egzaminu maturalnego z matematyki zdawanego według formuły obowiązującej od roku 2015.

OBOWIĄZKOWY EGZAMIN MATURALNY

I. Opis zestawów egzaminacyjnych (arkuszy)

Arkusze egzaminacyjne dla zdających obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki zawierał 25 zadań zamkniętych, 6 zadań otwartych krótkiej odpowiedzi i 3 zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi.

Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu zdający mogli uzyskać maksymalnie 50 punktów. Połowę możliwych do zdobycia punktów maturzyści mogli otrzymać po wybraniu jednej prawidłowej odpowiedzi z czterech podanych w jednopunktowych zadaniach zamkniętych.

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań otwartych krótkiej odpowiedzi zdający mogli uzyskać maksymalnie 2 punkty. Łącznie za rozwiązanie wszystkich zadań otwartych krótkiej odpowiedzi maturzyści mogli uzyskać 24% punktacji za cały arkusz. Natomiast za rozwiązanie zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi można było otrzymać łącznie 13 punktów (dwa zadania punktowane w skali 0 – 4 pkt, jedno w skali 0 – 5 pkt).

Tabela 1. zawiera dane dotyczące wagi procentowej punktów, możliwych do uzyskania za wiadomości i umiejętności z poszczególnych obszarów wymagań ogólnych, sprawdzanych poprzez zadania zawarte w arkuszu egzaminacyjnym.

Tabela 1. Punktowy i procentowy udział umiejętności z poszczególnych obszarów wymagań ogólnych w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym

Wymagania ogólne		Liczba punktów	Waga w %
I.	Wykorzystanie i tworzenie informacji	3	6
II.	Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	23	46
III.	Modelowanie matematyczne	9	18
IV.	Użycie i tworzenie strategii	11	22
V.	Rozumowanie i argumentacja	4	8

Wśród zadań zamkniętych najczęściej było tych, które sprawdzały umiejętności stosowania prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych (17 z 25). Umiejętności interpretowania tekstu matematycznego i formułowania uzyskanych wyników badały trzy zadania zamknięte. W trzech zadaniach jednopunktowych wskazanie prawidłowej odpowiedzi wymagało umiejętności dobierania modelu matematycznego do prostej sytuacji, a w dwóch innych - umiejętności tworzenia strategii.

W rozwiązaniach trzech zadań otwartych krótkiej odpowiedzi należało wykazać się umiejętnościami z zakresu wykorzystania i interpretowania reprezentacji. Dwa z nich (zadanie 26. i 29.) sprawdzały wiedzę i umiejętności dotyczące własności funkcji kwadratowej. W pierwszym należało rozwiązać nierówność kwadratową, a w drugim wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w określonym przedziale liczbowym. By rozwiązać trzecie zadanie, które badało umiejętności z II obszaru wymagań ogólnych (zadanie 30.), wystarczyło wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty oraz miejsce zerowe otrzymanej funkcji liniowej. Trzy z zadań zamkniętych (zadania: 6., 10., 21.) sprawdzały umiejętności z zakresu wykorzystania i tworzenia informacji.

Umiejętności z zakresu modelowania matematycznego były sprawdzane w trzech zadaniach zamkniętych (3., 13., 17.) oraz zadaniach: 31. (otwarte krótkiej odpowiedzi) i 33. (otwarte rozszerzonej odpowiedzi). Rozwiązanie zadania 31. polegało na zapisaniu zależności między danymi w postaci układu równań oraz wyznaczeniu liczb spełniających ten układ. W zadaniu 33. należało zliczyć obiekty w opisanym doświadczeniu losowym i wyznaczyć prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia losowego, z wykorzystaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.

Zastosowania strategii wynikającej z treści zadania, wymagały dwa zadania zamknięte (15. i 16.) oraz dwa zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi: 32. i 34. Zadanie 32. wymagało dostrzeżenia związków miarowych w graniastosłupie czworokątnym oraz wykorzystania

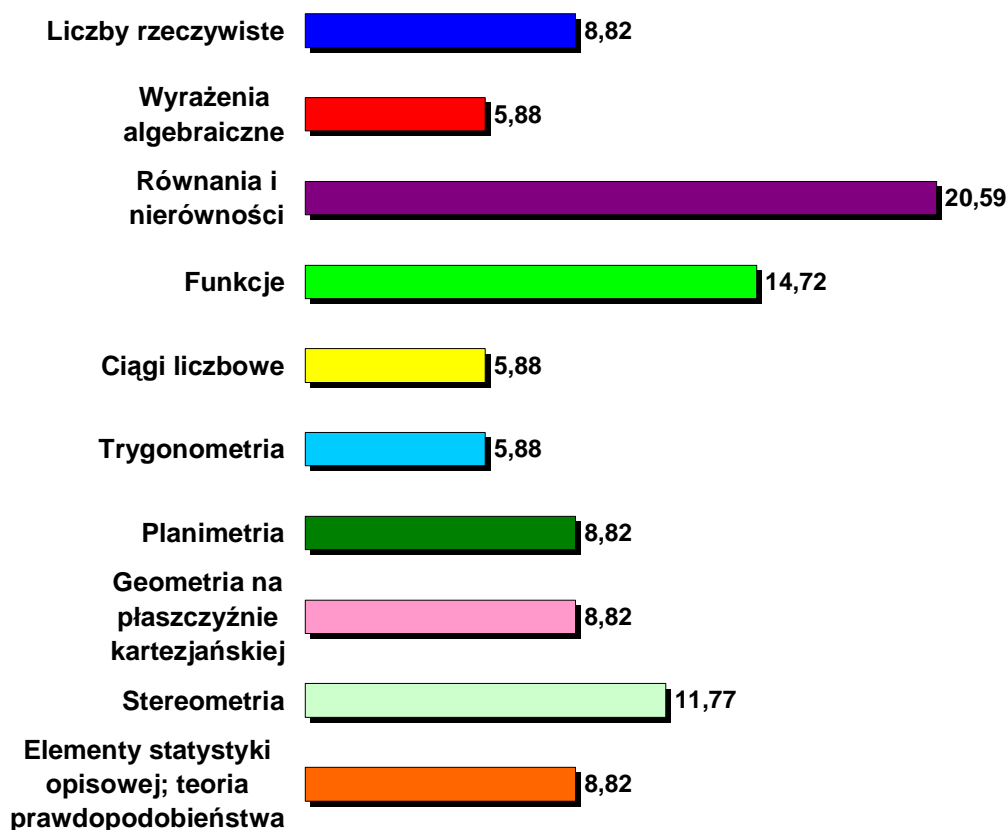
zależności trygonometrycznych do obliczenia pola powierzchni bryły. Natomiast w zadaniu 34. należało wykorzystać własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do wyznaczenia wartości spełniających warunki zadania.

W rozwiązaniach zadań: 27. (przeprowadzenie dowodu algebraicznego z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia) oraz zadania 28. (przeprowadzenie dowodu geometrycznego z wykorzystaniem związków miarowych w figurach płaskich) należało przeprowadzić proste rozumowanie, które składało się z niewielkiej liczby kroków.

Zadania zamieszczone w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym sprawdzały treści ze wszystkich działów matematyki, zawartych w podstawie programowej. Najwięcej zadań (7), znajdujących się w arkuszu obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, dotyczyło równań i nierówności (zadania: 5., 6., 7., 12., 26., 30., 31.), a najmniej – po dwa zadania, obejmowało treści z zakresu wyrażeń algebraicznych (zadania: 4., 27.), ciągów liczbowych (zadania: 13., 34.) i trygonometrii (zadania: 14., 15.).

Podział treści z działów matematyki, których dotyczyły zadania znajdujące się w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym przedstawiono na wykresie 1.

Wykres 1. Odsetek zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym, które sprawdzały treści z poszczególnych działów matematyki



II. Interpretacja osiągnięć zdających

Do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki według nowej formuły przystąpili wszyscy absolwenci liceów ogólnokształcących 2015. Parametry statystyczne, które opisują wyniki uzyskane przez zdających na terenie działania OKE w Poznaniu, przedstawione są w tabeli nr 2.

Tabela 2. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie podstawowym

Obszar	Liczba zdających	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana ¹	Modalna ²	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
Kraj	177 666	27,5	26	52	-----	100	0	55	-----
Okręg	26 470	25,8	25,9	48	38	100	0	51,7	0,52
L³	3 892	26,9	25,6	50	34	100	0	53,8	0,54
W	15 469	26,1	25,8	50	34	100	0	52,2	0,52
Z	7 145	24,6	26,1	46	38	100	0	49,2	0,49

1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

3) L – województwo lubuskie, W – województwo wielkopolskie, Z – województwo zachodniopomorskie

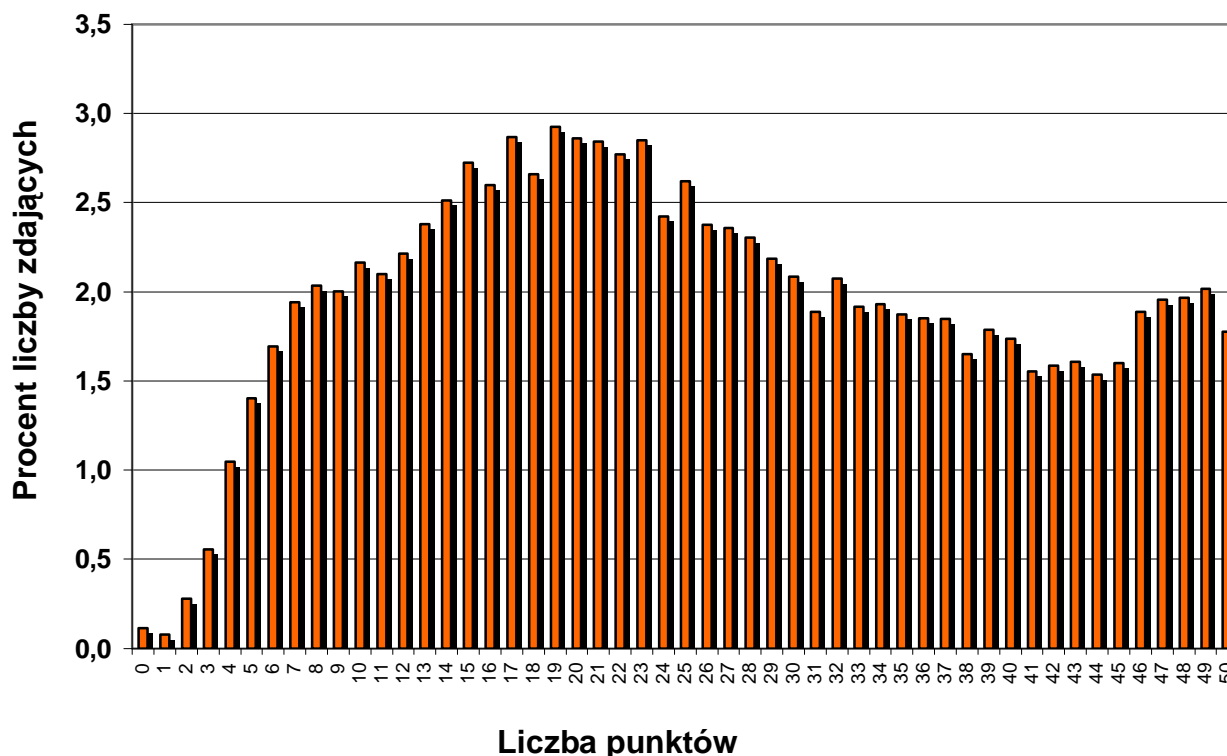
Za rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie podstawowym maturzyści w Okręgu uzyskali średnio 51,7% punktów możliwych do zdobycia. Wynik ten jest niższy o 3,3 p.p. od wyniku krajowego, a o 5,3 p.p. niższy od najwyższego w kraju, jaki osiągnęli zdający z województwa małopolskiego (57%). Zadania tworzące zestaw egzaminacyjny okazały się dla tegorocznych maturzystów umiarkowanie trudne (współczynnik łatwości 0,52).

Na świadectwach dojrzałości wydanych przez OKE w Poznaniu najczęściej pojawiającym się wynikiem z obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki było 38%. Maksymalną liczbę punktów (50 pkt) za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu egzaminacyjnym uzyskało 470 zdających (1,78% liczby zdających), w tym 9 laureatów i finalistów olimpiady przedmiotowej (3 z woj. wielkopolskiego, 6 z województwa zachodniopomorskiego). Najniższy wynik (0 pkt) uzyskało 30 zdających (0,11% liczby przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki).

Wynik wyższy od średniego wyniku krajowego uzyskało 42,61% zdających. Blisko 28,3% maturzystów osiągnęło wyniki na poziomie zadawalającym (35 i więcej punktów). Rozstęp między wynikiem najniższym i najwyższym świadczy o zróżnicowaniu umiejętności zdających. Na duże zróżnicowanie wyników, osiągniętych przez zdających, wskazuje wartość odchylenia standardowego. Miary tendencji centralnej - średnia arytmetyczna i mediana - są

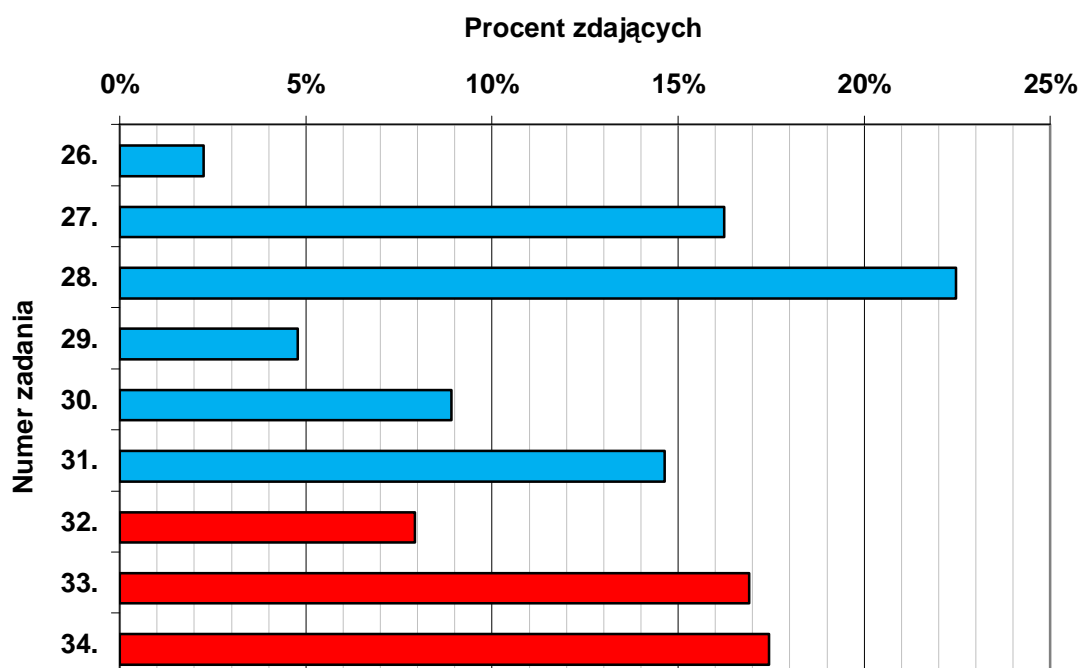
wyższe od modalnej, tym samym rozkład wyników uzyskanych przez zdających nie jest symetryczny (wykres 2.).

Wykres 2. Rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających egzamin na poziomie podstawowym w Okręgu



Rozkład wyników punktowych tegorocznych maturzystów cechują dwa wypiętrzenia: dla 19 oraz 49 punktów. Co drugi rozwiązujący zadania w arkuszu maturalnym obowiązkowego egzaminu z matematyki osiągnął wynik poniżej 50% punktów możliwych do uzyskania. Około 30% zdających, którzy uzyskali minimum niezbędne do zdania egzaminu maturalnego z matematyki, za rozwiązanie zadań z arkusza egzaminacyjnego otrzymało nie więcej niż 25 punktów. Maksymalną liczbę punktów za rozwiązanie zadań zamkniętych uzyskało 4,33% tegorocznych absolwentów liceów ogólnokształcących. Nieznacznie niższy odsetek zdających (4,03%) bezbłędnie rozwiązał wszystkie zadania otwarte z tego zestawu. Zastanawiające jest, że około 0,2% zdających uzyskało więcej punktów za rozwiązanie zadań otwartych, w których należało zapisać poszczególne etapy rozwiązania, niż za zadania zamknięte. Niepokoić powinien fakt, że niemal 64% punktacji maturzyści zdobyli za zadania zamknięte, a ponad 10,2% zdających za rozwiązanie zadań otwartych nie otrzymało żadnego punktu (nie podjęło próby rozwiązania lub rozwiązało błędnie). Dane, dotyczące odsetka zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań otwartych w arkuszu maturalnym z matematyki na poziomie podstawowym, przedstawia wykres 3.

Wykres 3. Procent liczby zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania zadań otwartych w arkuszu na poziomie podstawowym w Okręgu



Najczęściej opuszczanym przez zdających było zadanie sprawdzające umiejętności z V obszaru wymagań ogólnych (rozumowanie i argumentacja). Około 22,5% rozwiązujących zadania w arkuszu na poziomie podstawowym nie podjęło próby rozwiązania zadania 28., które polegało na przeprowadzeniu dowodu geometrycznego z wykorzystaniem własności figur płaskich. Ponad 17% maturzystów opuściło zadanie 34., w rozwiązaniu którego należało wykazać się umiejętnością wykorzystania własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego. Najmniej osób (4%) nie podjęło próby rozwiązania nierówności kwadratowej (zad. 26.). Średnia frakcja opuszczeń zadań z tego zestawu egzaminacyjnego jest równa 12,4%.

Spośród przystępujących do egzaminu maturalnego z matematyki w poznańskim Okręgu ponad 65% uzyskało co najmniej 15 punktów za rozwiązanie tylko zadań zamkniętych. Gdyby o zdaniu egzaminu decydowały tylko punkty uzyskane za rozwiązanie zadań otwartych, wówczas egzamin maturalny z matematyki w Okręgu zdałoby nieco ponad 26,7%, w województwach: lubuskim – 29,2%, wielkopolskim – 27,2%, a w województwie zachodniopomorskim – 24,3% tegorocznych maturzystów.

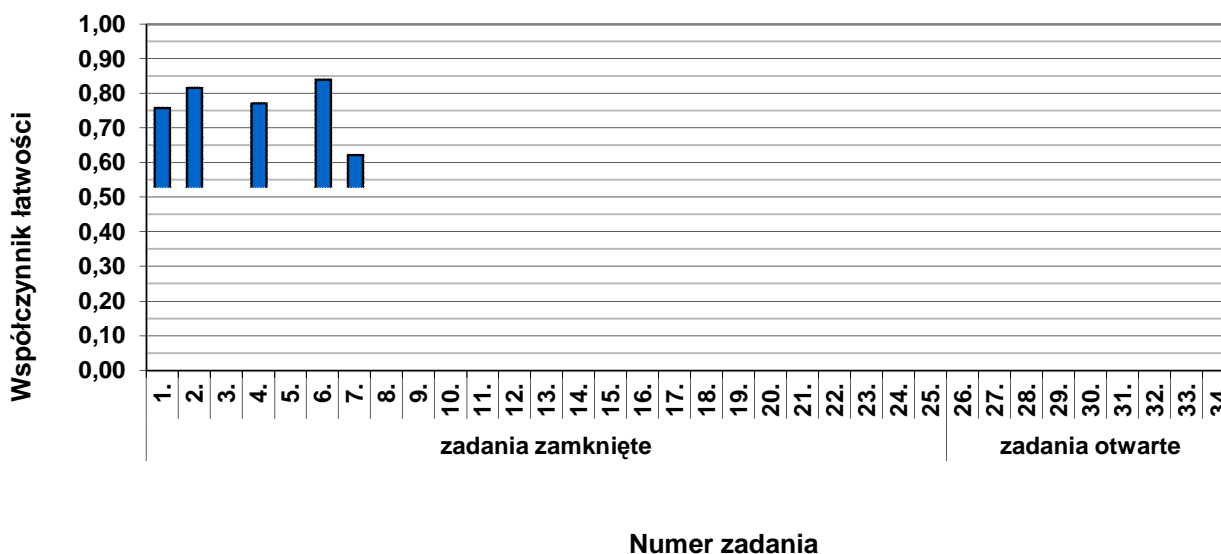
Wykres 4. ilustruje odsetek liczby zdających, którzy otrzymali zero lub maksymalną liczbę punktów za rozwiązanie zadań z arkusza egzaminacyjnego z matematyki.

Wykres 4. Procent liczby zdających, którzy za rozwiązanie zadań otrzymali zero lub maksymalną liczbę punktów (dane dla Okręgu)

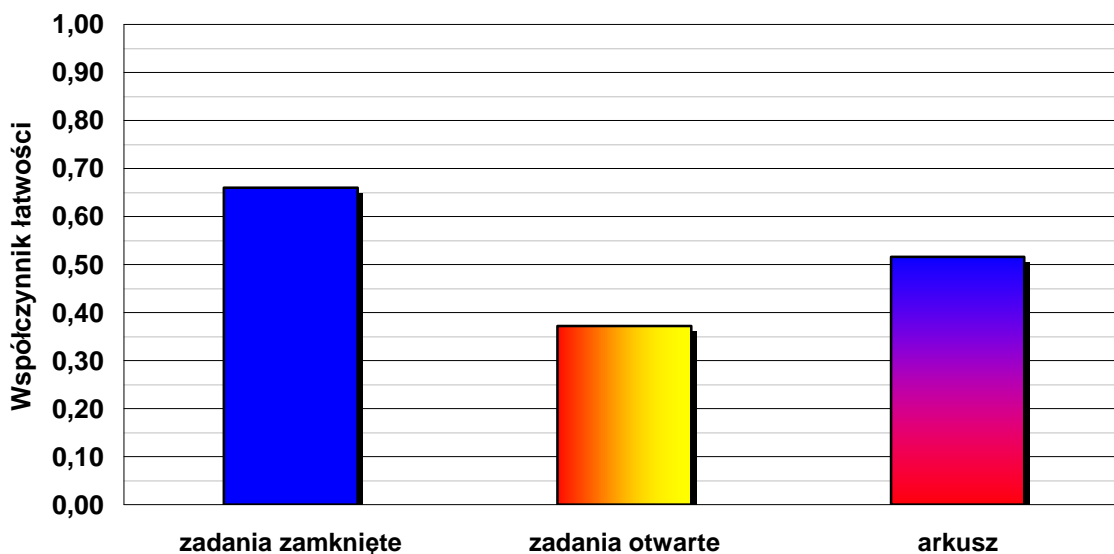


Do określenia poziomu wiedzy i umiejętności zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie podstawowym oraz wskazania ich mocnych i słabych stron pomocne są współczynniki łatwości uzyskane za poszczególne zadania w arkusz egzaminacyjny. Poniższe wykresy prezentują współczynniki łatwości zadań zawartych w arkuszu na poziomie podstawowym.

Wykres 5. Współczynniki łatwości dla zadań w arkuszu na poziomie podstawowym (dane dla Okręgu)



Wykres 6. Współczynniki łatwości dla rodzajów zadań w arkuszu na poziomie podstawowym (dane dla Okręgu)



Arkusz obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki okazał się dla tegorocznych maturzystów umiarkowanie trudny.

Najtrudniejszym zadaniem w całym arkuszu dla tegorocznych maturzystów było zadanie otwarte krótkiej odpowiedzi nr 27, które wymagało przeprowadzenia dowodu algebraicznego z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia. Zadanie to, badające umiejętność rozumowania i argumentacji, okazało się bardzo trudne (współczynnik łatwości 0,14). Niemal 12% rozwiązujących zadania w arkuszu na poziomie podstawowym opanowało umiejętność przeprowadzenia prostego rozumowania składającego się z niewielkiej liczby kroków i otrzymało za rozwiązanie tego zadania maksymalną liczbę punktów. Około 83,3% maturzystów nie otrzymało za to zadanie żadnego punktu, a ponad 16% spośród nich nie podjęło próby rozwiązania tego zadania.

Bardzo trudnym dla zdających okazało się również zadanie zamknięte nr 8, które sprawdzało umiejętność odczytywania własności funkcji z jej wykresu. 81% zdających nie potrafiło wskazać prawidłowej odpowiedzi i uzyskało za to zadanie 0 punktów.

Trudnymi (współczynnik łatwości 0,20 – 0,49) dla zdających okazało się dziewięć spośród 34 zadań arkusza egzaminacyjnego. W tej grupie najczęściej problemów tegorocznym maturzystom sprawiły zadania (współczynnik łatwości 0,28): 28. – sprawdzające umiejętność przeprowadzenia prostego dowodu geometrycznego, 34. – wymagające umiejętności wykorzystania własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego. Współczynniki łatwości z przedziału 0,20 – 0,49 uzyskały również pozostałe zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi: 32., w którym należało wykorzystać trygonometrię oraz związki miarowe w graniastosłupie prawidłowym czworokątnym i obliczyć pole powierzchni bryły oraz 33., wymagające wykorzystania własności prawdopodobieństwa oraz klasycznej definicji prawdopodobieństwa.

Dziesięć zadań zamkniętych i jedno otwarte krótkiej odpowiedzi okazało się zadaniami umiarkowanie trudnymi. Najtrudniejszym dla zdających w tej grupie zadań było zadanie zamknięte nr 5 (ze współczynnikiem łatwości 0,51), polegające na interpretacji geometrycznej układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Natomiast najwyższy współczynnik łatwości (0,68) w tej klasie zadań miało zadanie 12., w którym należało wykazać się umiejętnością wyznaczania zbioru rozwiązań nierówności liniowej.

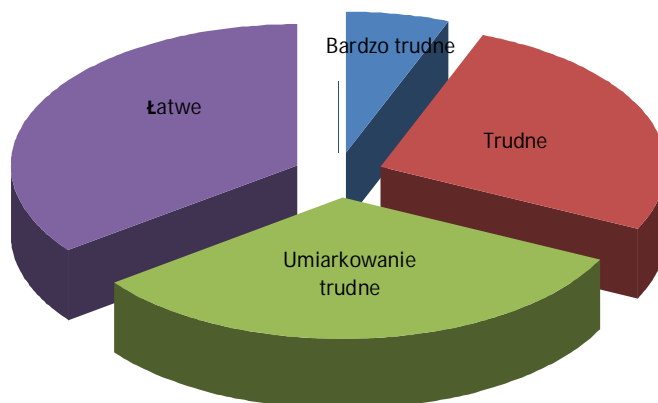
W grupie zadań określanymi jako łatwe znalazło się dwanaście zadań zamkniętych. Zadaniem o najwyższym współczynniku łatwości w tej grupie (0,88) było zadanie 24., wymagające umiejętności obliczania średniej arytmetycznej zestawu danych. Najniższy współczynnik w zbiorze zadań łatwych (0,70) miały zadania 16. i 19. Pierwsze z nich sprowadzało umiejętność wykorzystania zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym. Natomiast drugie wymagało skorzystania z warunku prostokątności prostych, danych w postaci kierunkowej.

Wśród 34 zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym nie było zadań bardzo łatwych, a bardzo trudne były dwa. Dziewięć zadań z tegorocznego zestawu egzaminacyjnego (w tym dwa zamknięte, cztery otwarte krótkiej i trzy otwarte rozszerzonej odpowiedzi) okazały się dla zdających trudne. Jedenaście zadań w tegorocznym arkuszu to zadania umiarkowanie trudne, z których dziesięć to zadania zamknięte, jedno – zadanie otwarte krótkiej odpowiedzi. Najliczniejszą grupę, 12 zadań, stanowią zadania łatwe. Wszystkie to zadania zamknięte. Szczegółowe zestawienie zadań ze względu na łatwość zostało podane w tabeli 3. i przedstawione na wykresie 7.

Tabela 3. Podział zadań w arkuszu z matematyki na poziomie podstawowym ze względu na łatwość

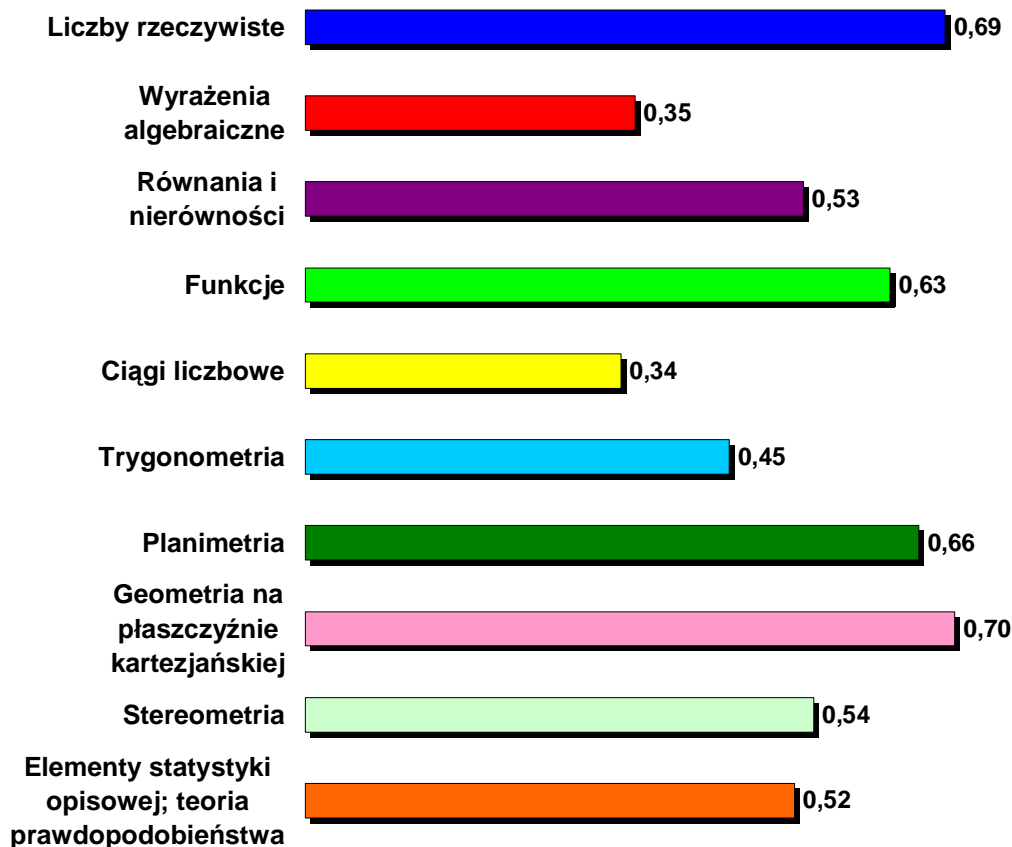
Łatwość zadań (umiejętności)	Łatwość zadania	Zadania		Numer zadania
		Liczba	% ogółu	
Bardzo trudne	0,00 - 0,19	2	5,88	8, 27
Trudne	0,20 - 0,49	9	26,48	3, 25, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34
Umiarkowanie trudne	0,50 - 0,69	11	32,35	5, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 23, 26
Łatwe	0,70 - 0,89	12	35,29	1, 2, 4, 6, 9, 11, 16, 18, 19, 21, 22, 24
Bardzo łatwe	0,90 - 1,00	-----	-----	-----
	Razem	34	100	

Wykres 7. Rozkład zadań w arkuszu z matematyki na poziomie podstawowym ze względu na łatwość



Dalsza interpretacja osiągnięć zdających zostanie przedstawiona w oparciu o analizę poziomu opanowania treści programowych. Dane na wykresie 8. przedstawiają współczynniki łatwości zadań w arkuszu egzaminacyjnym według zakresu treści programowych.

Wykres 8. Współczynniki łatwości dla zadań w arkuszu na poziomie podstawowym według zakresu treści programowych



Najłatwiejsze dla zdających okazały się zadania z zakresu geometrii na płaszczyźnie kartezjańskiej (interpretacja geometryczna układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi, badanie równoległości prostych na podstawie ich równań kierunkowych, wyznaczanie współrzędnych środka odcinka i znajdowanie obrazów punktów w symetrii środkowej względem początku układu).

Umiarkowanie trudne dla tegorocznych maturzystów były zadania, w których należało: zaplanować i wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych, zastosować pojęcie procentu w obliczeniach, wykorzystać pojęcie przedziału liczbowego oraz zastosować własności logarytmu do wykonania obliczeń.

Do tej samej klasy zadań ze względu na wysokość współczynnika łatwości zostały również zakwalifikowane zadania:

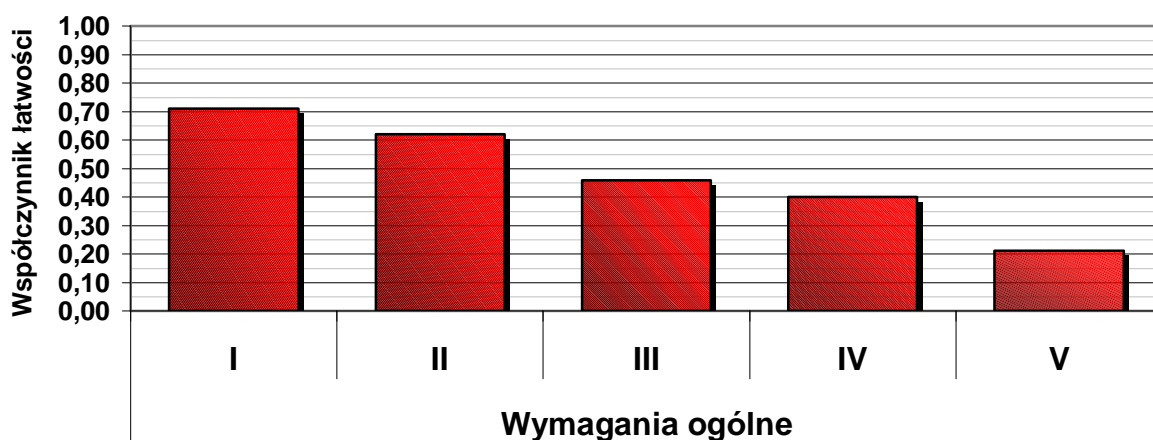
- z planimetrii, w rozwiązaniu których należało wykorzystać zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym, własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych,
- dotyczące funkcji, w których należało zinterpretować współczynnik we wzorze funkcji liniowej, zbadać własności funkcji kwadratowej oraz wyznaczyć wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym, odczytać z wykresu funkcji zbiór wartości,
- ze stereometrii, które wymagały wykorzystania trygonometrii do obliczenia długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni brył,

Współczynniki łatwości z przedziału 0,50 - 0,69 uzyskały również zadania sprawdzające umiejętności z zakresu statystyki opisowej, teorii prawdopodobieństwa i kombinatoryki (obliczanie prawdopodobieństwa zdarzenia oraz średniej zestawu danych), oraz rozwiązywania równań i nierówności.

Trudne dla tegorocznych maturzystów były zadania, sprawdzające wiedzę i umiejętności z zakresu wyrażeń algebraicznych (wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia), zastosowania trygonometrii oraz wymagające wykorzystania własności ciągów arytmetycznych i geometrycznych.

Analizując wyniki zdających warto przyjrzeć się również poziomowi opanowania umiejętności matematycznych w odniesieniu do obszarów wymagań ogólnych. Na wykresie 9. przedstawiono dane dotyczące współczynników łatwości zadań według wymagań ogólnych.

Wykres 9. Współczynniki łatwości dla zadań w arkuszu na poziomie podstawowym według obszarów wymagań ogólnych



Analiza współczynników łatwości dla zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie podstawowym, sprawdzających umiejętności z poszczególnych obszarów wymagań ogólnych pozwala stwierdzić, że jedynie umiejętności z I obszaru wymagań ogólnych zostały opanowane w stopniu zadawalającym. Zadania, badające umiejętności w zakresie interpretowania tekstu matematycznego i formułowania uzyskanych wyników, uzyskały współczynnik łatwości 0,71. Umiarkowanie trudne były zadania, których celem było sprawdzenie umiejętności zdających w zakresie używania prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych. Trudne okazały się zadania sprawdzające umiejętności w zakresie doboru modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz stosowania strategii, która jasno wynika z treści zadania. Podobnie jak w roku ubiegłym, najslabiej zdający opanowali umiejętności z V obszaru wymagań (rozumowanie i argumentacja).

DODATKOWY EGZAMIN MATURALNY

Matematykę jako przedmiot dodatkowy, zdawany na poziomie rozszerzonym, w maju 2015 roku wybrało 14,4% przystępujących do obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki w Okręgu absolwentów liceów ogólnokształcących. Dane dotyczące liczby zdających, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki jako przedmiotu dodatkowego w Okręgu i poszczególnych województwach, przedstawia tabela 4.

Tabela 4. Liczby zdających i wybieralność matematyki jako przedmiotu dodatkowego w Okręgu i w poszczególnych województwach

	2015	
	Liczba zdających	Wyberalność w %
Okręg	6 225	23,52
woj. lubuskie	984	25,28
woj. wielkopolskie	3 878	25,07
woj. zachodniopomorskie	1 363	19,08

Od momentu wprowadzenia obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, z roku na rok wzrasta odsetek wybierających ten przedmiot jako dodatkowy. Największą popularnością cieszyła się matematyka wśród tegorocznych maturzystów, wybierających ten przedmiot jako dodatkowy, w województwie lubuskim. Odsetek ten jest o ponad 2 p.p. niższy od odsetka maturzystów, wybierających matematykę na poziomie rozszerzonym, w całym kraju.

I. Opis zestawów egzaminacyjnych (arkuszy)

Tegoroczny arkusz egzaminacyjny z matematyki na poziomie rozszerzonym zawierał 16 zadań. Po raz pierwszy pojawiły się w zestawie egzaminacyjnym na poziomie rozszerzonym zadania zamknięte wielokrotnego wyboru (5 zadań). Za każde z nich można było uzyskać, tak jak na poziomie podstawowym, po 1 punkcie. W arkuszu było również jedno zadanie z odpowiedzią kodowaną, w którym za podanie poprawnej odpowiedzi można było otrzymać 2 punkty. Pozostałą grupę 9 zadań tworzyły zadania otwarte krótkiej (6 zadań) i rozszerzonej odpowiedzi (3 zadania), których rozwiązanie wymagało od zdających opanowania wiadomości i umiejętności określonych w wymaganiach ogólnych i szczegółowych, zarówno dla poziomu podstawowego, jak i rozszerzonego.

Zadania z zestawu egzaminacyjnego sprawdzały umiejętności z zakresu czterech obszarów wymagań ogólnych: wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji, modelowanie matematyczne, użycie i stosowanie strategii oraz rozumowanie i argumentacja.

Dane dotyczące wag procentowych punktów, możliwych do uzyskania za wiadomości i umiejętności z poszczególnych obszarów wymagań ogólnych, sprawdzane w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie rozszerzonym zawiera tabela 5.

Tabela 5. Punktowy i procentowy udział umiejętności z poszczególnych obszarów wymagań ogólnych w arkuszu egzaminacyjnym poziomu rozszerzonego

Wymagania ogólne		Liczba punktów	Waga w %
I.	Wykorzystanie i tworzenie informacji	-----	-----
II.	Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	9	18
III.	Modelowanie matematyczne	12	24
IV.	Użycie i tworzenie strategii	23	46
V.	Rozumowanie i argumentacja	6	12

W arkuszu egzaminacyjnym było 7 zadań, które sprawdzały umiejętności z zakresu II obszaru wymagań ogólnych. Umiejętności takich wymagało rozwiązanie wszystkich 5 zadań zamkniętych, zadania z kodowaną odpowiedzią oraz jednego zadania otwartego krótkiej odpowiedzi (zadanie 7.). Zadania zamknięte sprawdzały umiejętności:

- 1. – wykorzystania pojęcia wartości bezwzględnej i jej interpretacji geometrycznej do zaznaczenia na osi liczbowej zbiorów, opisanych równaniami lub nierównościami typu $|x - a| = b$, $|x - a| > b$, $|x - a| < b$,
- 2. – rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną,
- 3. – zastosowania wzorów skróconego mnożenia na $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$,
- 4. – rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych,
- 5. – obliczania odległości punktu od prostej.

W zadaniu 6. (z kodowaną odpowiedzią) sprawdzana była umiejętność obliczania granicy ciągów z wykorzystaniem granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$ oraz twierdzeń o działaniach na granicach ciągów.

Zadanie 7., otwarte krótkiej odpowiedzi, również sprawdzało umiejętności dotyczące interpretacji pojęć matematycznych oraz operowania obiektami matematycznymi. Rozwiązanie tego zadania wymagało od zdających interpretacji współczynników występujących we wzorze funkcji kwadratowej.

Umiejętność budowania modelu matematycznego sytuacji określonej w zadaniu, z uwzględnieniem ograniczeń i zastrzeżeń, sprawdzały dwa zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi (13. i 16.). W pierwszym z nich, wykorzystanie wzorów Viete'a, pozwalało na wyznaczenie tych wartości parametru, dla których funkcja dana w zadaniu posiadała określone własności. Drugie to zadanie optymalizacyjne, którego rozwiązanie wymagało wykorzystania pochodnych.

Pięć zadań otwartych sprawdzało umiejętność analizy treści zadania i tworzenia strategii jego rozwiązania. W zadaniu 10. należało zastosować twierdzenie charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu oraz twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów, by wyznaczyć długość przekątnej danego czworokąta. Zadanie 11. wymagało zbudowania odpowiedniego modelu probabilistycznego i zastosowania twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym do obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia opisanego w treści. Rozwiązując zadanie 12., maturzyści musieli wykorzystać geometryczną interpretację pochodnej do wyznaczenia równań prostych stycznych do danego okręgu. W zadaniu 14. zdający, wykorzystując trygonometrię, obliczali sinus kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa. Zadanie 15. sprawdzało umiejętność wykorzystania wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego oraz własności wielomianów do zapisania układu warunków opisanych w treści.

Dwa zadania badały umiejętność tworzenia łańcucha argumentów i uzasadniania ich poprawności. Zadanie 8. polegało na przeprowadzeniu dowodu twierdzenia, związanego z działaniami na wyrażeniach wymiernych. Natomiast w rozwiązaniu zadaniu 9. zdający, wykorzystując twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu, musieli wykazać, że na danym czworokącie można opisać okrąg.

II. Interpretacja osiągnięć zdających

Średni wynik uzyskany przez tegorocznych maturzystów, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym w całym, jest równy 41% punktacji możliwej do zdobycia. Parametry statystyczne, które opisują wyniki uzyskane za rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki, zdawanej jako przedmiot dodatkowy, przez zdających z terenu województw: lubuskiego, wielkopolskiego i zachodniopomorskiego zawarte są w tabeli 6. Dotyczą one zdających, którzy przystąpili do egzaminu maturalnego w maju 2015 roku według nowej formuły egzaminu.

Tabela 6. Parametry statystyczne opisujące wyniki za zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym

Obszar	Liczba zdających	Średni wynik punktowy	Odchylenie standardowe	Mediana ¹	Modalna ²	Maksymalny wynik	Minimalny wynik	Średni wynik procentowy	Współczynnik łatwości
Kraj	49 618	20,5	23	38	-----	100	0	41	-----
Okręg	6 225	19	22	34	20	100	0	38	0,38
L³	984	19,5	21	34	28	100	0	39	0,39
W	3 878	19	22	34	20	100	0	38	0,38
Z	1 363	19,5	23	34	22	100	0	39	0,39

1) wynik środkowy

2) wynik najczęściej występujący

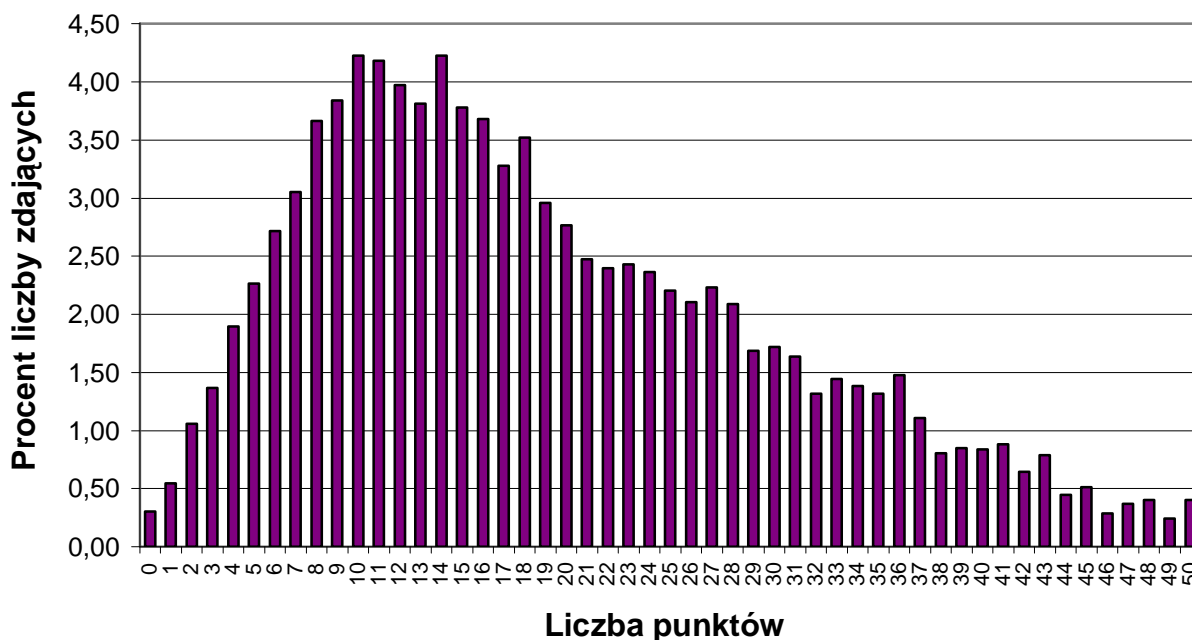
3) L – województwo lubuskie, W – województwo wielkopolskie, Z – województwo zachodniopomorskie

Za rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie rozszerzonym tegorocznym maturzyści w Okręgu uzyskali średnio 38,2% punktów możliwych do zdobycia. Średni wynik uzyskany przez zdających w Okręgu jest niższy o 3 p.p. od wyniku krajowego. W Okręgu taki sam wynik uzyskali maturzyści z województw lubuskiego i zachodniopomorskiego. Jest on niższy o 2 p.p. od wyniku krajowego.

Zestaw zadań w tym arkuszu okazał się dla zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym trudny (współczynnik łatwości 0,38). Za prawidłowe rozwiązanie zadań w arkuszu egzaminacyjnym maksymalną liczbę punktów (50 pkt) uzyskało 25 osób, czyli 0,4% zdających, w tym 9 laureatów i finalistów olimpiady przedmiotowej (3 z woj. wielkopolskiego, 6 z województwa zachodniopomorskiego) Najniższy wynik (0 pkt) uzyskało 0,31% zdających.

Wynik wyższy od średniego wyniku krajowego uzyskało 38,9% zdających. Około 11,4% absolwentów szkół ponadgimnazjalnych z terenu działania poznańskiej OKE, rozwiązujących zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym osiągnęło wyniki na poziomie zadawalającym (35 i więcej punktów). Wartość odchylenia standardowego wskazuje na duże zróżnicowanie wyników. Modalna jest niższa od pozostałych miar tendencji centralnej: średniej arytmetycznej i mediany, tym samym rozkład wyników uzyskanych przez zdających nie jest symetryczny (wykres 10.).

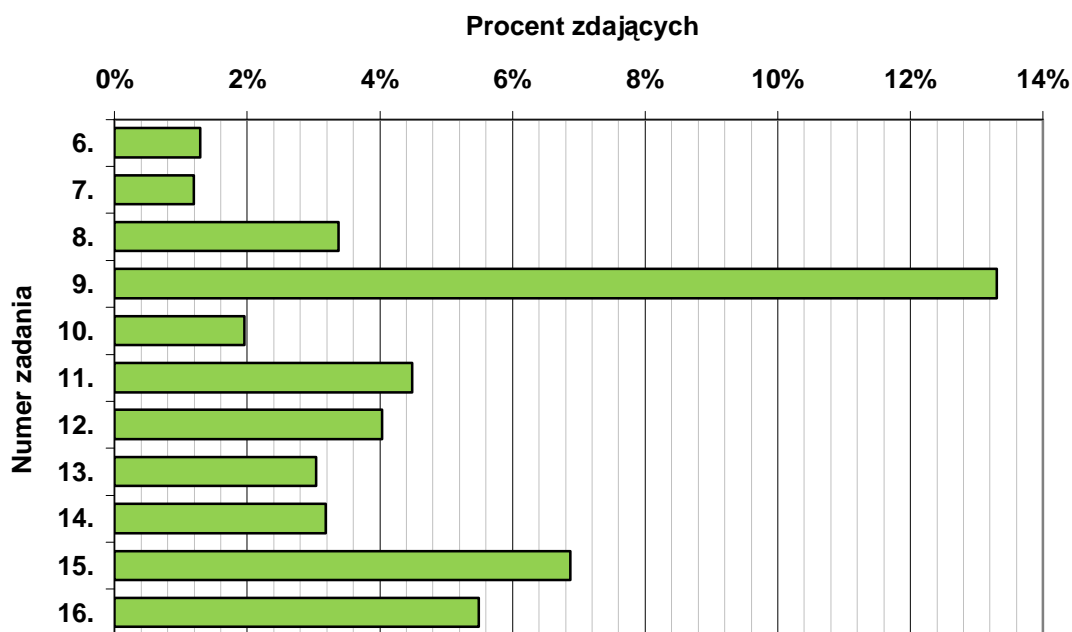
Wykres 10. Rozkład wyników punktowych uzyskanych przez zdających egzamin z matematyki na poziomie rozszerzonym



Rozkład ten jest prawoskośny, co oznacza, że zdający osiągnęli częściej wyniki niskie. 73% maturzystów, rozwiązujących zadania w arkuszu maturalnym dodatkowego egzaminu z matematyki, uzyskało wyniki poniżej 50% punktów możliwych do zdobycia. Najczęstszym wynikiem za rozwiązanie zadań z arkusza egzaminu dodatkowego z matematyki na poziomie rozszerzonym uzyskiwanym przez maturzystów w Okręgu jest 20% oraz 28% punktacji możliwej do zdobycia. Znaczna różnica (rozstęp) między wynikiem najniższym i najwyższym świadczy o zróżnicowaniu wiedzy i umiejętności zdających egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym.

O tym, które zadania w arkuszu egzaminacyjnym z matematyki na poziomie rozszerzonym sprawiły zdającym najwięcej problemów, informuje współczynnik łatwości tego zadania oraz odsetek liczby osób, które nie podjęły próby jego rozwiązania. Graficzną prezentacją danych, dotyczących odsetka zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań w arkuszu egzaminacyjnym na poziomie rozszerzonym w Okręgu jest wykres 11.

Wykres 11. Procent liczby zdających, którzy nie podjęli próby rozwiązania poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym w Okręgu



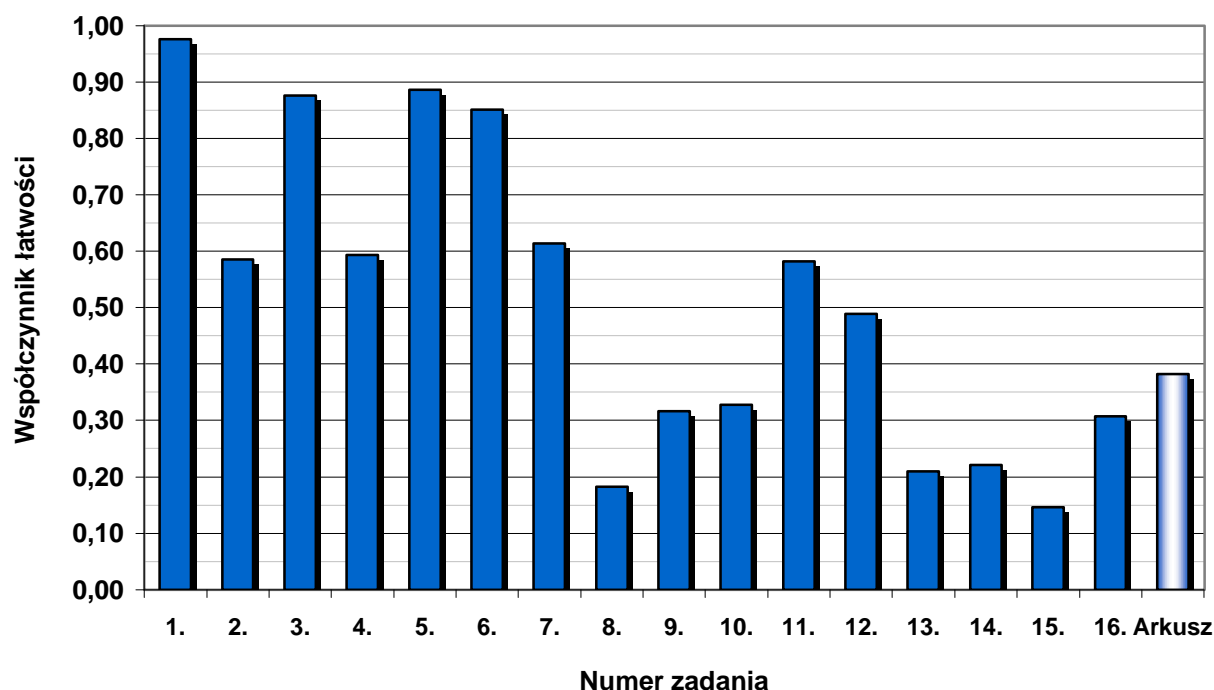
Spośród zadań otwartych w arkuszu egzaminacyjnym tegoroczni maturzyści najczęściej nie podejmowali próby rozwiązania zadania 9., które wymagało wykazania się umiejętnością przeprowadzenia dowodu geometrycznego z wykorzystaniem twierdzeń charakteryzujących czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu. Blisko 13,5% zdających, rozwiązując zadania w arkuszu na poziomie rozszerzonym, opuściło to zadanie. Natomiast ponad 39,5% maturzystów, którzy podjęli próbę rozwiązania tego zadania, uzyskało co najmniej 1 punkt.

Około 6,8% zdających nie zdecydowało się na rozwiązanie zadania otwartego rozszerzonej odpowiedzi, sprawdzającego wiedzę i umiejętności dotyczące ciągu arytmetycznego i wielomianów (zadanie 15.). Spośród 93% maturzystów, którzy podjęli próbę rozwiązania tego zadania, około 60% nie uzyskało żadnego punktu, a niespełna 2% pokonało zasadnicze trudności zadania., otrzymując 4 z 6 punktów.

Najmniejszą frakcję opuszczeń odnotowano w dwóch zadaniach: 6. i 7. Obydwa zadania sprawdzały umiejętność wykorzystania i interpretowania reprezentacji. Pierwsze to zadanie z kodowaną odpowiedzią, w którym należało wyznaczyć granicę ciągu w oparciu o znane twierdzenia, dotyczące granic ciągów. Drugie zadanie dotyczyło funkcji kwadratowej i jej własności. W przypadku zadania 6., próba rozwiązania podjęta przez blisko 99% maturzystów dla 85% zdających zakończyła się sukcesem i uzyskaniem maksymalnej liczby punktów za to zadanie. Zadanie 7. okazało się dla maturzystów trudniejsze. Pełną punktację za jego rozwiązanie uzyskało 47% zdających, a około 28% uzyskało 1 z 2 punktów.

W celu oceny poziomu opanowania przez maturzystów umiejętności, sprawdzanych za pomocą poszczególnych zadań, nieodzowna jest analiza współczynników łatwości zadań. Wartości tego parametru dla zadań egzaminacyjnych z tegorocznego arkusza egzaminacyjnego z matematyki na poziomie rozszerzonym przedstawia wykres 12.

Wykres 12. Współczynniki łatwości dla poszczególnych zadań w arkuszu na poziomie rozszerzonym



Tegoroczny arkusz egzaminacyjny z matematyki na poziomie rozszerzonym okazał się dla zdających trudny (współczynnik łatwości 0,38). Współczynniki łatwości sześciu spośród szesnastu zadań tworzących zestaw egzaminacyjny mieszczą się w przedziale 0,20 – 0,49, co klasyfikuje te zadania jako trudne. Wśród nich, najłatwiejsze było zadanie 12. (współczynnik łatwości 0,49), którego rozwiązanie, oprócz umiejętności wyznaczania równania prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt, wymagało również wykorzystania geometrycznej interpretacji pochodnej. Najniższy współczynnik łatwości wśród zadań trudnych miało zadanie, sprawdzające umiejętności z obszaru III obszaru wymagań ogólnych, wymagające wykorzystania wzorów Viete’a do wyznaczenia wartości parametru, dla których spełnione są warunki zadania.

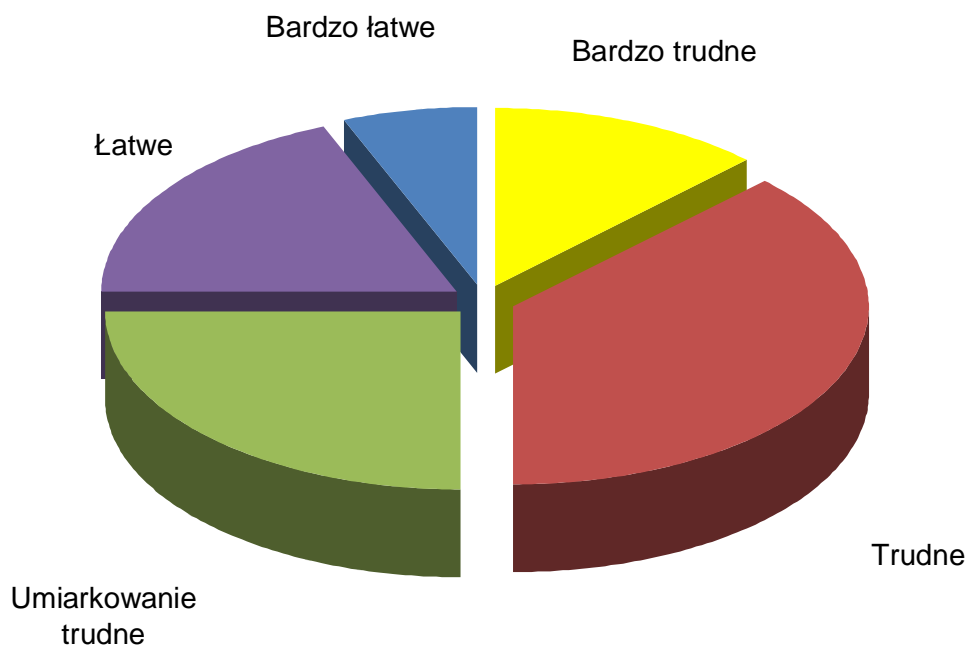
Najłatwiejszym dla maturzystów i jednym z najrzadziej opuszczanych było zadanie zamknięte nr 1 (współczynnik łatwości 0,97), które sprawdzało umiejętność wykorzystania i interpretowania reprezentacji. Natomiast najtrudniejszym dla absolwentów szkół ponadgimnazjalnych, którzy rozwiązywali zadania egzaminacyjne z matematyki na poziomie rozszerzonym, było zadanie 15. (współczynnik łatwości 0,14), sprawdzające umiejętność tworzenia strategii, a dotyczące ciągu arytmetycznego oraz wielomianów.

Szczegółowe zestawienie zadań ze względu na łatwość zostało podane w tabeli 7. i przedstawione na wykresie 13.

Tabela 7. Podział zadań w arkuszu z matematyki na poziomie podstawowym ze względu na łatwość

Łatwość zadań (umiejętności)	Łatwość zadania	Zadania		Numer zadania
		Liczba	% ogółu	
Bardzo trudne	0,00-0,19	2	12,50	8, 15
Trudne	0,20-0,49	6	37,50	9, 10, 12, 13, 14, 16
Umiarkowanie trudne	0,50-0,69	4	25,00	2, 4, 7, 11
Łatwe	0,70-0,89	3	18,75	3, 5, 6
Bardzo łatwe	0,90-1,00	1	6,25	1
	Razem	16	100%	

Wykres 13. Rozkład zadań w arkuszu z matematyki na poziomie rozszerzonym ze względu na łatwość



Trzy zadania (dwa zamknięte i jedno z kodowaną odpowiedzią) były dla tegorocznych maturzystów łatwe, a cztery (dwa zamknięte i dwa otwarte) okazały się umiarkowanie trudne.

WNIOSKI

Analiza wyników egzaminu maturalnego z matematyki, przeprowadzonego w maju 2015 roku według nowej formuły, umożliwia przedstawienie kilku wniosków.

- Najwyższy odsetek sukcesów odnotowano w województwie lubuskim - 82%. W Wielkopolsce obowiązkowy egzamin z matematyki zdało 79%. Najniższą zdawalność w Okręgu odnotowano wśród zdających z terenu województwa zachodniopomorskiego - 75 % przystępujących.
- Średni wynik (51,7%) tegorocznych maturzystów (LO) z egzaminu na poziomie podstawowym jest porównywalny z wynikiem uzyskanym przez absolwentów liceów ogólnokształcących, którzy przystąpili do egzaminu w roku 2014 (51,3%).
- Podobnie jak w roku ubiegłym odnotowano wzrost wybieralności matematyki zdawanej jako przedmiot dodatkowy (23,52%) na egzaminie maturalnym, co być może jest efektem obowiązkowego wyboru jednego z egzaminów na poziomie rozszerzonym przez tegorocznych maturzystów.
- Dla zdających obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki zadania zamknięte okazały się umiarkowanie trudne. Natomiast zadania otwarte, które wymagały użycia prostych obiektów matematycznych, dobrania modelu matematycznego do prostej sytuacji, stosowania strategii, jasno wynikającej z treści zadania oraz przeprowadzenia prostego rozumowania, były dla maturzystów trudne (podobnie jak w roku 2014).
- Najtrudniejsze dla zdających egzamin na poziomie podstawowym, tak jak w latach poprzednich, okazały się zadania, badające umiejętność rozumowania i argumentacji (bardzo trudne).
- Gdyby o zdaniu egzaminu decydowały tylko punkty uzyskane za rozwiązanie zadań zamkniętych, wówczas egzamin maturalny z matematyki w województwie lubuskim zdałoby 68,6%, w województwie wielkopolskim – 66,1%, a w województwie zachodniopomorskim – 60,9 % tegorocznych maturzystów.
- Gdyby o zdaniu egzaminu decydowały tylko punkty uzyskane za rozwiązanie zadań otwartych, wówczas egzamin maturalny z matematyki w Okręgu zdałoby nieco ponad 26,7%, w województwach: lubuskim – 29,2%, wielkopolskim – 27,2%, a w województwie zachodniopomorskim – 24,3% tegorocznych maturzystów.
- W części dodatkowej egzaminu maturalnego z matematyki (poziom rozszerzony) na najwyższym poziomie opanowane zostały umiejętności wykorzystywania prostych obiektów matematycznych, a na najniższym – wymagające przeprowadzenia dowodu i argumentacji.
- Nieznajomości podstawowych terminów i pojęć matematycznych, pobieżne czytanie treści zadań, a także brak umiejętności jej analizowania, są najczęściej przyczyną niepowodzeń maturzystów. Problem stanowi również nieporadność rachunkowa, która często utrudnia lub nawet uniemożliwia poprawne rozwiązanie zadania.

Izabela Szafrńska

*koordynator egzaminu maturalnego z matematyki
OKE w Poznaniu*