

**EGZAMIN MATURALNY  
W ROKU SZKOLNYM 2017/2018**

**FIZYKA I ASTRONOMIA**

POZIOM ROZSZERZONY

FORMUŁA DO 2014

(„STARA MATURA”)

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ**

ARKUSZ MFA-R1

**MAJ 2018**

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

### Zadanie 1.1. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

#### Schemat punktowania

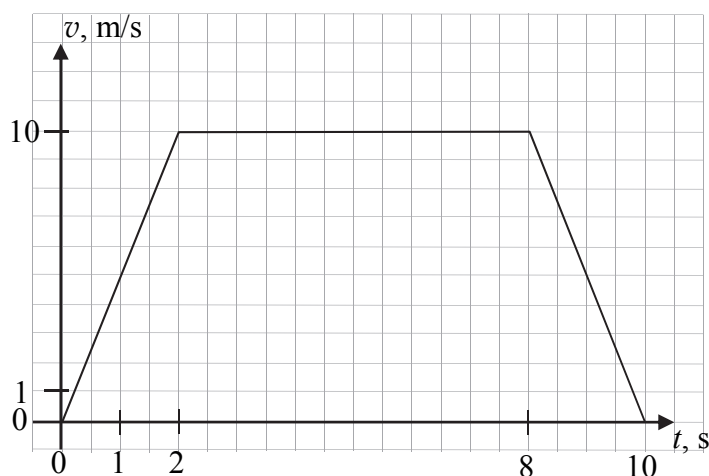
2 p. – opisanie i wyskalowanie prawidłowo zorientowanych osi oraz prawidłowe narysowanie wykresu zależności prędkości od czasu.

1 p. – narysowanie wykresu zależności prędkości od czasu o poprawnym kształcie trapezu oraz poprawna orientacja i oznaczenie obu osi (symbol, jednostka) lub poprawna orientacja i wyskalowanie obu osi  
lub

– poprawna orientacja, wyskalowanie i oznaczenie obu osi oraz prawidłowe narysowanie wykresu co najmniej w jednym z przedziałów.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie



### Zadanie 1.2. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli matematycznych do opisu zjawisk (P III.3).

### Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowe obliczenie drogi obydwu samochodów i prędkości maksymalnej drugiego samochodu, wyniki podane z jednostkami.
- 2 p. – prawidłowe obliczenie drogi pierwszego samochodu oraz prawidłowa metoda obliczenia prędkości maksymalnej drugiego samochodu (np. zapisanie równań równoważnych jak sposobie 1. lub 2. przedstawionego rozwiązania)  
*lub*  
– prawidłowa metoda obliczenia drogi pierwszego samochodu (z błędem rachunkowym) oraz obliczenie prędkości maksymalnej drugiego samochodu wynikającej z obliczonej drogi  
*lub*  
– prawidłowa metoda obliczenia przyspieszenia (lub opóźnienia) drugiego samochodu i prawidłowy wynik z jednostką  
*lub*  
– prawidłowe obliczenie prędkości maksymalnej drugiego samochodu.
- 1 p. – prawidłowa metoda obliczenia drogi przebytej przez pierwszy samochód i prawidłowy wynik z jednostką  
*lub*  
– prawidłowa metoda obliczenia drogi pierwszego samochodu oraz prawidłowa metoda obliczenia prędkości maksymalnej drugiego samochodu.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązania

#### Sposób 1. („metoda pola”)

Korzystamy z twierdzenia, że pole pod wykresem wartości prędkości od czasu jest równe drodze przebytej przez ciało w danym czasie (przy odpowiednio wyskalowanych osiach). Zapisujemy wzór na drogę dla pierwszego samochodu:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 10 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

Maksymalną wartość prędkości drugiego samochodu obliczamy z warunku zadania oraz ze wzoru na drogę wykorzystującego metodę pola.

$$s_1 = s_2 \quad \text{oraz} \quad s_2 = \frac{1}{2} v_{2\max} \cdot (5 \text{ s} + 5 \text{ s}) \rightarrow 80 \text{ m} = \frac{1}{2} v_{2\max} \cdot 10 \text{ s} \rightarrow v_{2\max} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### Sposób 2. (z równań ruchu)

Obliczamy drogę, jaką przebył pierwszy samochód:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ s} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \text{ s} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ s} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 80 \text{ m}$$

Obliczamy przyspieszenie (oraz opóźnienie) drugiego samochodu, wiedząc, że  $s_2 = s_1$ :

$$\left( \frac{s_2}{2} \right) = \frac{1}{2} a \left( \frac{t}{2} \right)^2 \rightarrow a = \frac{4s_2}{t^2} \rightarrow a = \frac{320 \text{ m}}{10^2 \text{ s}^2} = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Obliczamy  $v_{2\max}$ :

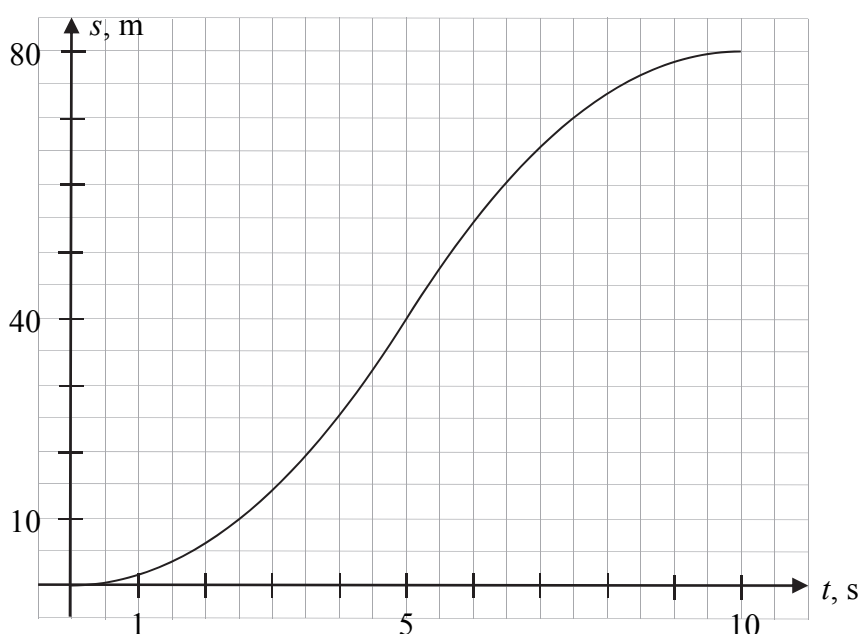
$$v_{2\max} = a \left( \frac{t}{2} \right) = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Zadanie 1.3. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości prędkości średniej i chwilowej, przyspieszenia, drogi i czasu w ruchu jednostajnym oraz jednostajnie zmiennym (P I.1.1.3).
Korzystanie z informacji.	Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowe podpisanie osi, prawidłowe zaznaczenie wartości drogi w piątej i dziesiątej sekundzie ruchu, prawidłowy kształt wykresu (funkcja rosnąca, do piątej sekundy wypukła, od piątej sekundy wklęsła).
- 1 p. – narysowanie prawidłowego kształtu wykresu (funkcja rosnąca, do piątej sekundy wypukła, od piątej sekundy wklęsła) i brak poprawnego opisu osi lub wartości w piątej i dziesiątej sekundzie  
*lub*  
 – prawidłowe podpisanie osi wykresu oraz prawidłowe zaznaczenie wartości drogi w piątej i dziesiątej sekundzie ruchu (błędny kształt wykresu).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Poprawne rozwiązanie**

Kształt części wykresu  $s(t)$  do piątej sekundy oraz styczna (lewostronna) do wykresu w piątej sekundzie wynikają z równań ruchu drugiego samochodu podczas przyspieszania:

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 = 1,6 \cdot t^2, \quad v(t) = at = 3,2 \cdot t$$

Prędkość w piątej sekundzie ruchu wynosi 16 m/s i jest to współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu  $s(t)$  w  $t=5$  s. Kształt wykresu  $s(t)$  od piątej do dziesiątej sekundy, oraz styczna (prawostronna) do wykresu w piątej sekundzie wynikają z równań ruchu drugiego samochodu podczas hamowania:

$$s(t) = x_0 + v_0(t - 5) - \frac{1}{2} a(t - 5)^2 = 40 + 16(t - 5) - 1,6 \cdot (t - 5)^2$$

$$v(t) = v_0 - a(t - 5) = 16 - 3,2(t - 5) \quad \rightarrow \quad v(5 \text{ s}) = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### Zadanie 1.4. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.4). Uwzględnianie siły tarcia do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.6).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli matematycznych i fizycznych do opisu zjawisk (P III.3).

#### Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowa metoda, poprawne wyniki obliczeń i ustalenie, że paczka nie będzie przesuwała się po podłożu bagażnika.
- 2 p. – obliczenie siły wypadkowej działającej na paczkę, zidentyfikowanie jej z siłą tarcia oraz obliczenie maksymalnej siły tarcia, jaka mogłaby działać na paczkę.
- 1 p. – zidentyfikowanie siły wypadkowej działającej na paczkę jako siły tarcia i obliczenie jej z drugiej zasady dynamiki  
*lub*  
– wyznaczenie maksymalnej siły tarcia, jaka może działać na paczkę.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Jeżeli paczka nie przesuwałaby się po podłożu bagażnika, to oznaczałoby, że porusza się ona względem ziemi z takim przyspieszeniem, z jakim porusza się samochód. Obliczymy to przyspieszenie (lub wykorzystamy wynik z zadania 1.2.) Obliczamy przyspieszenie (oraz opóźnienie) drugiego samochodu, wiedząc, że  $s_2 = s_1 = 80 \text{ m}$ :

$$\left(\frac{s_2}{2}\right) = \frac{1}{2} a \left(\frac{t}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{4s_2}{t^2} \quad \rightarrow \quad a = \frac{320 \text{ m}}{10^2 \text{ s}^2} = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Siła wypadkowa działająca na paczkę w takiej sytuacji byłaby równa sile tarcia statycznego. Obliczymy, jaką wartość musiałaby mieć siła tarcia statycznego:

$$ma = T_s \quad \rightarrow \quad T_s = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ kg} = 16 \text{ N}$$

Następnie obliczymy maksymalną wartość siły tarcia statycznego, jaka może działać na paczkę:

$$T_{s \max} = fmg \quad \rightarrow \quad T_{s \max} = 0,35 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 17,2 \text{ N}$$

Widzimy, że siła tarcia, jaka musiałaby działać na paczkę, aby paczka pozostawała w spoczynku względem podłoża (i przyspieszała razem z samochodem) jest mniejsza od maksymalnej siły tarcia statycznego. To oznacza, że paczka nie będzie przesuwała się względem podłoża.

**Zadanie 2.1. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem energii potencjalnej masy w polu grawitacyjnym (I.1.2.5). Obliczanie wartości pracy w polu grawitacyjnym (I.1.2.8).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda obliczenia pracy oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
1 p. – zapisanie warunku, że praca wykonana przez siłę, z jaką pracownik ciągnie za linę podnoszącą deskę, jest równa zmianie energii potencjalnej środka masy deski.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów

**Przykładowe rozwiązanie**

Praca, jaka musi zostać wykonana, jest równa zmianie energii potencjalnej deski. Środek masy deski pokonuje w pionie drogę równą połowie długości deski, zatem

$$W_F = mg\Delta h_{SM}, \quad \Delta h_{SM} = \frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad W_F = mg \frac{l}{2}$$

$$W_F = 20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 392 \text{ J} \approx 400 \text{ J}$$

**Zadanie 2.2. (3 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie pojęcia momentu siły (I.1.1.7). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia siły, z jaką pracownik działał na linę, oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
2 p. – prawidłowe zapisanie warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski (z poprawnym uwzględnieniem punktów zaczepienia sił, ramion sił i kierunków sił)  
*lub*  
– zapisanie warunku równowagi sił oraz zapisanie warunku równowagi momentów sił względem punktu środka masy (z poprawnym uwzględnieniem punktów zaczepienia sił, ramion sił i kierunków sił).  
1 p. – zapisanie warunku równowagi momentów sił.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

## Przykładowe rozwiązania

### Sposób 1.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\frac{l}{2} \cdot Q_{\perp} = l \cdot F_{\perp}$$

$$\frac{l}{2} \cdot Q \cos \alpha = l \cdot F \cos \alpha \rightarrow F = \frac{Q}{2}$$

$$F = 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$

### Sposób 2.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu podparcia deski:

$$\frac{l_{\perp}}{2} \cdot Q = l_{\perp} \cdot F \rightarrow F = \frac{Q}{2}$$

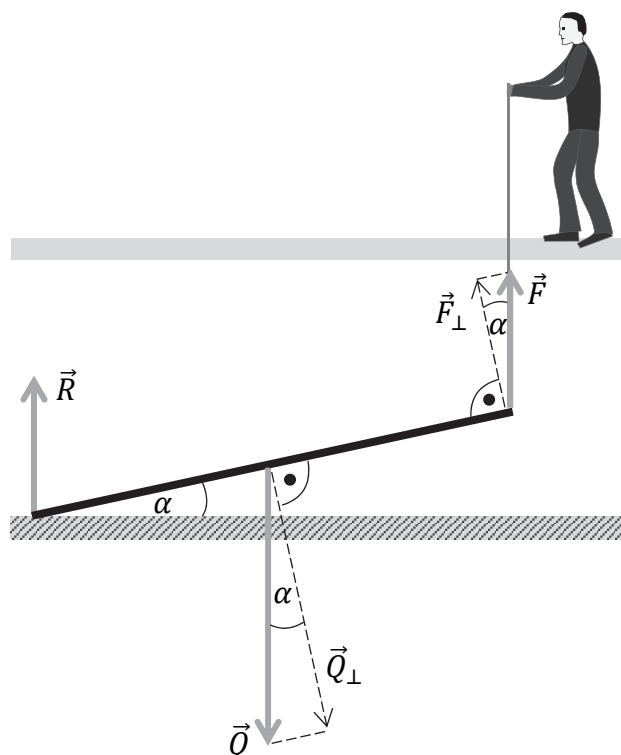
$$F = 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$

### Sposób 3.

Korzystamy z warunku równowagi momentów sił względem punktu środka masy deski oraz z warunku równowagi sił działających na deskę:

$$\frac{l_{\perp}}{2} \cdot R = \frac{l_{\perp}}{2} \cdot F \text{ oraz } R + F = Q \rightarrow R = F \text{ oraz } R + F = Q \rightarrow$$

$$2F = Q \rightarrow F = 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$



### Zadanie 2.3. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do matematycznego opisu ruchu (I.1.1.4).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

### Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda obliczenia siły reakcji oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – zapisanie warunku równowagi sił.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązanie

Zapiszemy warunek równowagi sił w sytuacji statycznej – gdy deska tworzy z poziomym podłożem kąt  $25^\circ$ :

$$R + F = Q$$

Skorzystamy z wyniku, że  $F = \frac{Q}{2}$  (co można niezależnie wyprowadzić z warunku równowagi momentów sił) i obliczymy wartość siły reakcji:

$$R = Q - F = \frac{Q}{2} \rightarrow R = 98,1 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$

#### Zadanie 2.4. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Formułowanie i uzasadnianie opinii oraz wniosków (III.5).
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8). Zastosowanie pojęcia momentu siły (I.1.1.7).

#### Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

B3

#### Zadanie 2.5. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Ocenianie informacji (II.3).
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie wartości pracy w polu grawitacyjnym (I.1.2.8). Zastosowanie I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego (I.1.1.8).

#### Schemat punktowania

1 p. – zaznaczenie poprawnej odpowiedzi.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

1. P 2. P 3. P

#### Zadanie 3.1. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a). Ocenianie informacji (II.3).



### Schemat punktowania

- 1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Poprawna odpowiedź

1. F 2. P 3. F

### Zadanie 3.2. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasady zachowania momentu pędu (I.1.1.10).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

### Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia prędkości liniowej Merkurego w peryhelium oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.  
2 p. – prawidłowe (zgodne z oznaczeniami) zapisanie zasady zachowania momentu pędu lub zasady zachowania energii mechanicznej oraz prawidłowe określenie odległości od środka Słońca do peryhelium orbity Merkurego.  
1 p. – zapisanie zasady zachowania momentu pędu Merkurego względem Słońca albo zasady zachowania energii mechanicznej.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązania

#### Sposób 1. (z zasady zachowania momentu pędu)

Na podstawie danych w tekście zadania i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0,467 \text{ au} \quad r_p = 0,467 \text{ au} - 0,159 \text{ au} = 0,308 \text{ au}$$

Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu punktu materialnego (tutaj środka masy Merkurego) w ruchu względem punktu centrum (tutaj środka Słońca), gdy działa na niego siła skierowana do tego punktu:

$$p_a r_a = p_p r_p$$

gdzie  $p_a$  oraz  $p_p$  są pędami Merkurego względem Słońca, odpowiednio w punktach aphelium i peryhelium. Wykonujemy obliczenia:

$$mv_a r_a = mv_p r_p \rightarrow v_p = \frac{r_a}{r_p} v_a \rightarrow v_p = \frac{0,467 \text{ au}}{0,308 \text{ au}} \cdot 38,9 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 58,98 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 59 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

#### Sposób 2. (z zasady zachowania energii mechanicznej)

Na podstawie danych i rysunku określamy odległość środka Słońca do punktu aphelium i peryhelium orbity Merkurego:

$$r_a = 0,467 \text{ au} \quad r_p = 0,467 \text{ au} - 0,159 \text{ au} = 0,308 \text{ au}$$

Korzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej Merkurego w ruchu pod działaniem siły grawitacji. Energia mechaniczna w perihelium jest równa energii mechanicznej w aphelium. Energia mechaniczna jest sumą energii potencjalnej i kinetycznej. Przyjmujemy, że energia kinetyczna ruchu obrotowego nie zmienia się podczas ruchu Merkurego, a zatem:

$$E_a = E_p \rightarrow \frac{mv_a^2}{2} - \frac{GMm}{r_a} = \frac{mv_p^2}{2} - \frac{GMm}{r_p} \rightarrow v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a}$$

$$v_p^2 = v_a^2 + \frac{2GM}{r_p} - \frac{2GM}{r_a} \rightarrow v_p = \sqrt{v_a^2 + \frac{2GM(r_a - r_p)}{r_a r_p}}$$

gdzie  $M$  jest masą Słońca. Po podstawieniu danych (z uwzględnieniem wartości jednostki astronomicznej) otrzymujemy:

$$v_p = \sqrt{\left(38,9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot 0,159 \text{ m}}{0,467 \cdot 0,308 \cdot 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}^2}}$$

$$v_p = 58,9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 59 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

*Uwaga! Błędem rzeczowym jest w tym zadaniu zapisanie siły grawitacji działającej na Merkurego jako siły dośrodkowej. Wzór na siłę dośrodkową jest słuszny tylko dla ruchu po okręgu, a Merkury nie porusza się po orbicie kołowej. Ponadto Merkury ma w punkcie perihelium prędkość większą od prędkości, jaka byłaby potrzebna dla ruchu po orbicie kołowej o promieniu  $r_p$  (ponieważ po przejściu przez perihelium, aż do aphelium, Merkury oddala się od Słońca).*

### Zadanie 3.3. (2 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie praw Keplera do opisu ruchu planet (P I.1.7.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

### Schemat punktowania

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia okresu orbitalnego Merkurego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

1 p. – zapisanie trzeciego prawa Keplera z poprawną identyfikacją wielkości występujących w nim: średniej odległości Merkurego od Słońca, Średniej odległości Ziemi od Słońca, okresu orbitalnego Ziemi  
*lub*

– zapisanie trzeciego prawa Keplera w „wersji newtonowskiej”, tzn.  $\frac{T^2}{A^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ , gdzie  $M$  jest masą Słońca z poprawną identyfikacją pólosi wielkiej.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązanie

Obliczymy tzw. średnią odległość Merkurego od Słońca (długość półosi wielkiej orbity), a następnie skorzystamy z prawa Keplera. Okres orbitalny Ziemi, oraz jej średnią odległość od Słońca wyrazimy odpowiednio w latach ziemskich i za pomocą jednostki astronomicznej.

$$A_M = \frac{1}{2}(r_a + r_p) \rightarrow A_M = \frac{1}{2} \cdot (0,467 + 0,308) \text{ au} = 0,3875 \text{ au}$$

Okres orbitalny Ziemi i średnia odległość od Słońca wynoszą odpowiednio:

$$T_Z = 1 \text{ rok}, \quad A_Z = 1 \text{ au}$$

Stosujemy prawo Keplera:

$$\frac{T_M^2}{A_M^3} = \frac{T_Z^2}{A_Z^3} \rightarrow \frac{T_M^2}{A_M^3} = \frac{1^2 \text{ rok}^2}{1^3 \text{ au}^3} \rightarrow T_M = \sqrt{0,3875^3} \text{ lat} \approx 0,241 \text{ lat} \approx 88 \text{ dni}$$

### Zadanie 3.4. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami i wielkościami fizycznymi do opisywania zjawisk związanych z światłem jako falą (P I.1.5.a). Posługiwanie się pojęciem mocy (P I.1.6.1), natężenia fali (I.1.1.17).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie i szacowanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.e). Analizowanie informacji podanych w formie tekstu o tematyce fizycznej lub astronomicznej (II.1.a).

### Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowa metoda oszacowania mocy promieniowania słonecznego dostarczonej do powierzchni jednostkowej ustawionej w okolicach aphelium orbity Merkurego oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
- 2 p. – porównanie wyrażeń na moce całkowite: zapisanie związku  $I_{M,a} \cdot 4\pi r_a^2 = I_Z \cdot 4\pi A_Z^2$  lub równoważnego, np.  $\frac{I_{M,a}}{I_Z} = \frac{A_Z^2}{r_a^2}$  z prawidłową identyfikacją wielkości występujących w tym wzorze.
- 1 p. – zapisanie wzoru na moc  $P = IS$  lub równoważnego oraz identyfikacja wielkości  $I$  jako natężenia promieniowania.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązanie

Skorzystamy ze wzoru na natężenie promieniowania ( $I$ ) padającego prostopadle na powierzchnię  $S$  i dostarczającego do tej powierzchni mocy  $P$ :

$$I = \frac{P}{S}$$

Moc, którą dostarcza promieniowanie słoneczne do powierzchni jednostkowej ustawionej prostopadle do promieniowania w okolicach aphelium orbity Merkurego ( $r_a = 0,467$  au), oznaczmy  $I_{M,a}$  (to właśnie natężenie promieniowania w okolicach aphelium), a w średniej odległości Ziemi od Słońca ( $A_Z = 1$  au) oznaczmy  $I_Z$ . Zauważamy, że gdyby promieniowanie słoneczne nie było pochłaniane, to całkowita moc, jaką dostarczałoby promieniowanie słoneczne do powierzchni otaczającej Słońce sfery o promieniu  $r_a$ , byłaby taka sama, jak moc dostarczana do powierzchni sfery o promieniu  $A_Z$ :

$$I_{M,a} \cdot 4\pi r_a^2 = I_Z \cdot 4\pi A_Z^2 \rightarrow I_{M,a} \cdot r_a^2 = I_Z \cdot A_Z^2$$

Obliczamy  $I_{M,a}$ :

$$I_{M,a} = \frac{A_Z^2}{r_a^2} \cdot I_Z \rightarrow I_{M,a} \approx 6,24 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

#### Zadanie 4.1. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie oporu zastępczego układu oporników (I.1.3.4).
Korzystanie z informacji.	Przetwarzanie informacji, rysowanie schematu układu doświadczalnego (II.4.a).

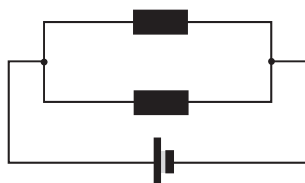
#### Schemat punktowania

1 p. – prawidłowe narysowanie schematu łączenia oporników.

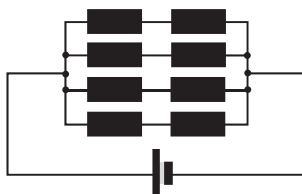
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Przykładowe rozwiązania

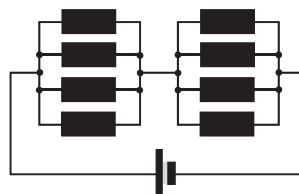
Sposób 1.



Sposób 2.



Sposób 3.



#### Zadanie 4.2. (4 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie tekstu i tabeli (II.1.a, II.1.b). Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b). Zaznaczanie niepewności pomiarowych (II.4.d). Szacowanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności (II.4.e).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

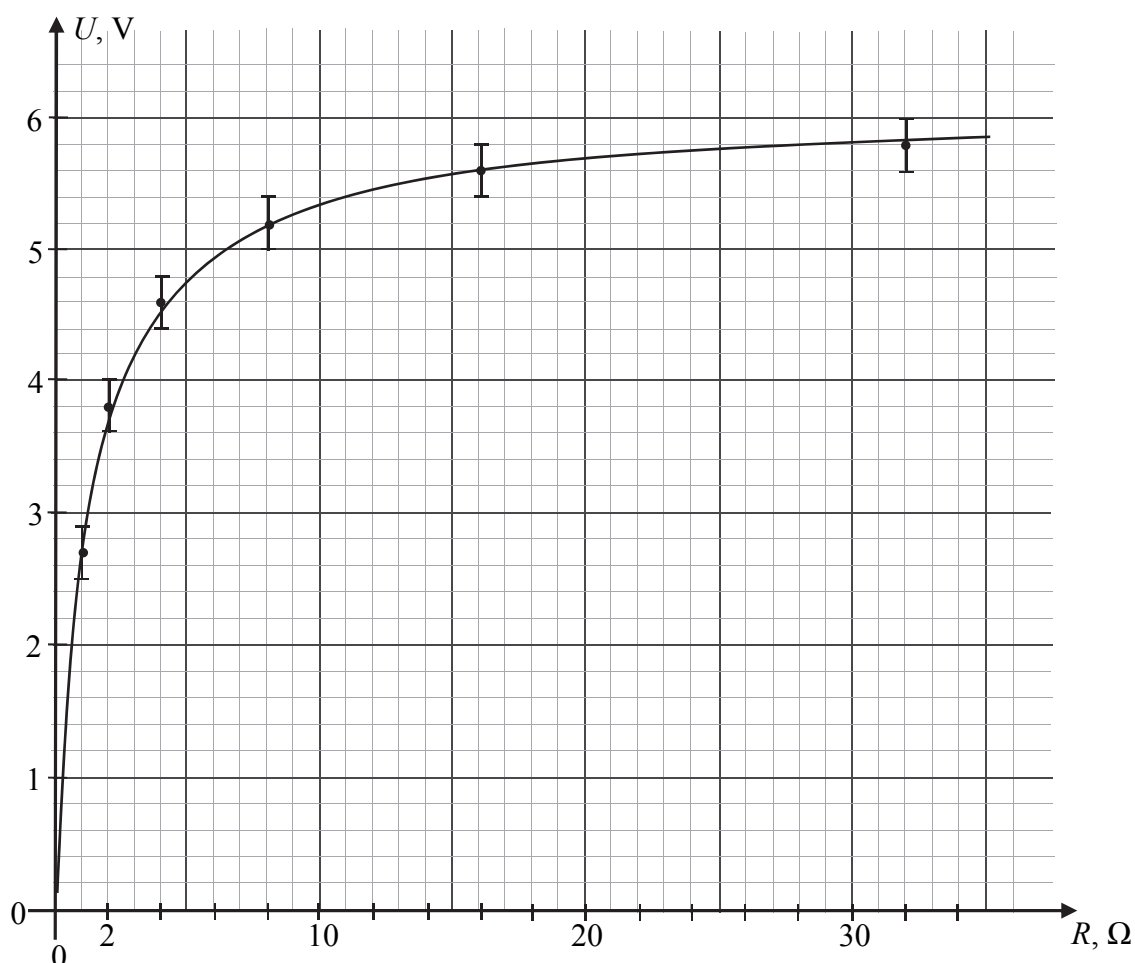
### Schemat punktowania a)

- 3 p. – prawidłowe narysowanie wykresu zależności  $U(R)$  (o kształcie gałęzi hiperboli) wraz z prawidłowo naniesionymi niepewnościami pomiarowymi oraz poprawnym opisem i skalowaniem prawidłowo zorientowanych osi.
- 2 p. – opisanie i wyskalowanie poprawnie zorientowanych osi oraz naniesienie punktów na wykres wraz z niepewnościami  
*lub*  
– opisanie i wyskalowanie poprawnie zorientowanych osi, naniesienie punktów na wykres bez niepewności oraz narysowanie krzywej (o kształcie gałęzi hiperboli).
- 1 p. – opisanie osi (symbol wielkości, jednostka wielkości) oraz dobranie skali jednostek (tak aby co najmniej połowa każdej z osi została wykorzystana) i naniesienie co najmniej 4 punktów  
*lub*  
– naniesienie punktów na wykres i narysowanie krzywej o kształcie gałęzi hiperboli przy niepoprawnym wyskalowaniu albo opisaniu osi.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Schemat punktowania b)

- 1 p. – oszacowanie wartości SEM wynikające z kształtu wykresu (hiperboli) dla dużych  $R$ .
- 0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Przykładowe rozwiązanie a)



### Przykładowe rozwiązanie b)

$$\varepsilon_{SEM} \approx 6 \text{ V}$$

**Zadanie 4.3. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie prawa Ohma oraz I i II prawa Kirchhoffa do obliczeń i analizy obwodów elektrycznych z uwzględnieniem SEM i oporu wewnętrznego ogniwa (I.1.3.2).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia wartości SEM i oporu wewnętrznego oraz prawidłowe wyniki z jednostkami.

1 p. – zastosowanie wzoru wynikającego z drugiego prawa Kirchhoffa dla tego obwodu oraz zastosowanie związku pomiędzy natężeniem prądu płynącego przez opornik i napięciem na tym oporniku (może to być uwzględnione w jednym równaniu).

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Korzystamy z drugiego prawa Kirchhoffa dla tego obwodu oraz ze związku pomiędzy natężeniem prądu płynącego przez opornik i napięciem na tym oporniku:

$$\varepsilon_{SEM} = Ir + U \text{ oraz } U = IR \rightarrow \varepsilon_{SEM} = \frac{U}{R}r + U$$

Do ostatniego równania podstawiamy wartości z dwóch wybranych pomiarów, np. 2 i 4.

$$\varepsilon_{SEM} = \frac{3,8 \text{ V}}{2 \Omega} r[\Omega] + 3,8 \text{ V} \text{ oraz } \varepsilon_{SEM} = \frac{5,2 \text{ V}}{8 \Omega} r[\Omega] + 5,2 \text{ V} \rightarrow \varepsilon_{SEM} = 5,9 \text{ V}, r = 1,12 \Omega$$

Tabela poniżej przedstawia wyniki dla wszystkich możliwych par pomiarowych ( $R$ ,  $U$ ).

l.p.	Nr pomiarów $k$ oraz $l$	$U_k$ , V	$U_l$ , V	$R_k$ , $\Omega$	$R_l$ , $\Omega$	$\varepsilon_{SEM \text{ kl.}}$ , V	$r_{kl}$ , $\Omega$
1	2 oraz 4	3,8	5,2	2	8	5,93	1,12
2	2 oraz 5	3,8	5,6	2	16	6,01	1,16
3	2 oraz 6	3,8	5,8	2	32	6,01	1,16
4	2 oraz 3	3,8	4,6	2	4	5,83	1,07
5	2 oraz 1	3,8	2,7	2	1	6,41	1,38
6	3 oraz 1	4,6	2,7	4	1	6,01	1,23
7	3 oraz 4	4,6	5,2	4	8	5,98	1,2
8	3 oraz 5	4,6	5,6	4	16	6,04	1,25
9	3 oraz 6	4,6	5,8	4	32	6,02	1,24
10	4 oraz 1	5,2	2,7	8	1	5,99	1,22
11	4 oraz 5	5,2	5,6	8	16	6,07	1,33
12	4 oraz 6	5,2	5,8	8	32	6,03	1,28
13	5 oraz 1	5,6	2,7	16	1	6,03	1,23
14	5 oraz 6	5,6	5,8	16	32	6,01	1,19
15	6 oraz 1	5,8	2,7	32	1	6,02	1,23

**Zadanie 5.1. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Analizowanie cykli termodynamicznych (I.1.6.5).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

**Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowe podkreślenia w obu zdaniach.

1 p. – prawidłowe podkreślenia w jednym zdaniu.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Poprawna odpowiedź**

- Praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik I jest (*mniejsza niż / taka sama jak / większa niż*) praca całkowita wykonana w jednym cyklu przez silnik II.
- Maksymalna temperatura gazu w silniku I jest (*mniejsza niż / taka sama jak / większa niż*) maksymalna temperatura gazu w silniku II.

**Zadanie 5.2. (1 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie sprawności silników cieplnych (P I.1.4.6).
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci wykresu (III.1).

**Schemat punktowania**

1 p. – prawidłowe obliczenie sprawności silnika I.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowe rozwiązanie**

$$\eta = \frac{W_{\text{całkowita}}}{Q_{\text{pobrane}}} = \frac{Q_{\text{pobrane}} - Q_{\text{oddane}}}{Q_{\text{pobrane}}} \rightarrow \eta = \frac{23 \text{ kJ} - 19 \text{ kJ}}{23 \text{ kJ}} = 0,17 \quad (\eta = 17\%)$$

**Zadanie 5.3. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (P I.1.4.1). Obliczanie zmian energii cieplnej w przemianach: izobarycznej i izochorycznej (P I.1.4.3).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b). Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia ciepła (z powołaniem się na równanie Clapeyrona i wykorzystaniem zależności między wymienionym ciepłem i przyrostem temperatury) oraz prawidłowy wynik.
- 1 p. – zapisy pozwalające wyznaczyć stosunek ciepła pobranych w obu przemianach izochorycznych równy stosunkowi przyrostu temperatur  
*lub*
- zapisanie, że w przemianie izochorycznej przyrost temperatury jest proporcjonalny do przyrostu ciśnienia oraz zapisanie wzoru na ciepło pobrane w przemianie izochorycznej  
*lub*
  - zapisanie prawidłowego wyniku bez powoływania się na odpowiednie zależności.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Korzystamy ze wzoru na ciepło pobrane w przemianie izochorycznej (w objętości  $V_1$ ) przez silnik II oraz z własności tej przemiany i równania Clapeyrona:

$$Q_{II} = n c_V \Delta T_{II} \text{ oraz } \Delta p_{II} = \frac{nR}{V_1} \Delta T_{II}$$

Podobne związki mamy dla przemiany izochorycznej (w objętości  $V_1$ ) w silniku I:

$$Q_I = n c_V \Delta T_I \text{ oraz } \Delta p_I = \frac{nR}{V_1} \Delta T_I$$

Zauważamy, że stosunek ciepła jest równy stosunkowi przyrostów temperatur, a stosunek przyrostów temperatur jest równy stosunkowi przyrostów ciśnień:

$$\frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{\Delta T_{II}}{\Delta T_I} \rightarrow \frac{Q_{II}}{Q_I} = \frac{\Delta p_{II}}{\Delta p_I} = \frac{3p_1 - p_1}{2p_1 - p_1} = 2$$

Ostatecznie otrzymujemy  $Q_{II} = 2Q_I = 2 \cdot 3 \text{ kJ} = 6 \text{ kJ}$ .



**Zadanie 5.4. (3 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie równania stanu gazu doskonałego do wyznaczania parametrów gazu (P I.1.4.1). Opisywanie przemiany izobarycznej i izochorycznej (P I.1.4.2).
Korzystanie z informacji.	Odczytywanie informacji podanych w formie wykresu (II.1.b). Rysowanie wykresu zależności dwóch wielkości fizycznych (II.4.b).

**Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowe narysowanie oznaczonego wykresu, z uwzględnieniem prawidłowych relacji pomiędzy temperaturami.
- 2 p. – narysowanie izobar na poziomie  $p_1$  i  $p_2$  oraz narysowanie izochor (proste muszą przechodzić przez zero).
- 1 p. – narysowanie izobar na poziomie  $p_1$  i  $p_2$   
*lub*  
– narysowanie izochor (proste muszą przechodzić przez zero).
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Określimy relacje (proporcjonalności) pomiędzy temperaturami w stanach A, B, C, D. Z równania Clapeyrona wiemy, że

$$T = \frac{pV}{nR}$$

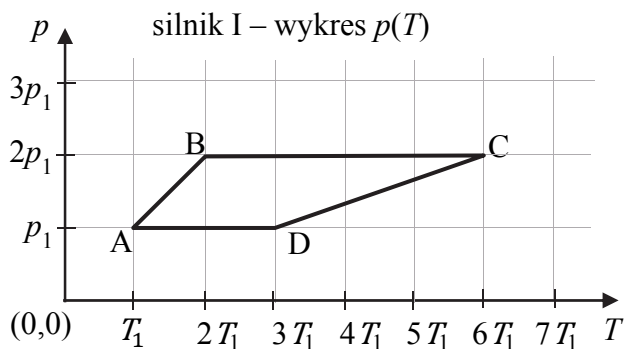
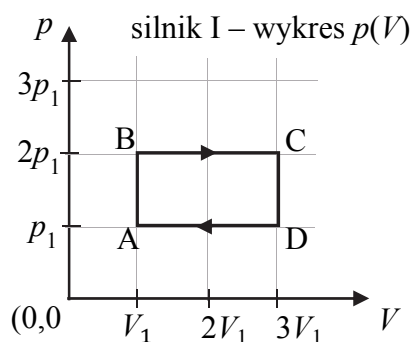
Na podstawie powyższej zależności oraz wykresu we współrzędnych  $(V, p)$  otrzymujemy:

$$T_A = \frac{p_1 V_1}{nR}, \quad T_B = \frac{2p_1 V_1}{nR}, \quad T_C = \frac{2p_1 \cdot 3V_1}{nR}, \quad T_D = \frac{p_1 \cdot 3V_1}{nR}$$

Przyjmując  $\frac{p_1 V_1}{nR} = T_1$  otrzymujemy relacje pomiędzy temperaturami:

$$T_A = T_1, \quad T_B = 2T_1, \quad T_C = 6T_1, \quad T_D = 3T_1$$

Po określeniu temperatur możemy narysować wykres.



**Zadanie 6.1. (1 pkt)**

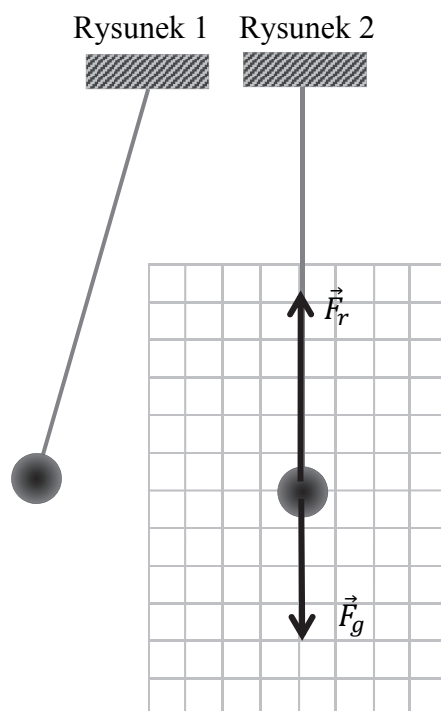
Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

**Schemat punktowania**

- 1 p. – prawidłowe narysowanie wektorów sił wraz z ich oznaczeniami oraz prawidłowe zapisanie relacji pomiędzy wartościami sił.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Poprawne rozwiązanie**  
(Rysunek obok).

$$F_r > F_g$$

**Zadanie 6.2. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Obliczanie okresu drgań wahadła matematycznego (P I.1.3.3).
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3).

**Schemat punktowania**

- 2 p. – prawidłowa metoda wyznaczenia czasu oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką zawarty w przedziale czasu od  $t = 1,2$  s do  $t = 1,3$  s.  
1 p. – prawidłowa metoda pozwalająca wyznaczyć czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru  
*lub*  
– prawidłowe obliczenie okresu drgań wahadła  
*lub*  
– oszacowanie czasu bez powołania się na odpowiednie zależności.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

## Przykładowe rozwiązania

### Sposób 1.

Oszacujemy okres wahań, przyjmując układ za wahadło matematyczne.

Za długość wahadła przyjmujemy odległość od nieruchomego końca liny do środka masy kuli:

$$l = d + r = 6 \text{ m} + 0,4 \text{ m} = 6,4 \text{ m}$$

Zastosujemy wzór na okres wahadła matematycznego o długości  $l$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{6,4 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 5,07 \text{ s} \approx 5,1 \text{ s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1,27 \text{ s} \approx 1,3 \text{ s}$$

*Uwaga! Za długość wahadła  $l$  można było przyjąć wartość od  $l = d$  do  $l = d + 2r$ . Zdający nie musi uwzględniać poprawek wynikających z modelu wahadła fizycznego. Skrajne wyniki wychodzą wtedy odpowiednio:  $T = 4,91 \text{ s} \approx 4,9 \text{ s}$  oraz  $t = 1,23 \text{ s} \approx 1,2 \text{ s}$ ;  $T = 5,23 \text{ s} \approx 5,2 \text{ s}$  oraz  $t = 1,31 \text{ s} \approx 1,3 \text{ s}$ .*

### Sposób 2.

*Poniżej przykładowe rozwiązanie – dla tych zdających, którzy do rozwiązania mogli użyć metod wykraczających poza podstawę programową – z wykorzystaniem modelu wahadła fizycznego zamiast matematycznego. Zapiszemy wzór na okres wahadła fizycznego:*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{(m + M) \cdot g \cdot l_{SM}}}$$

gdzie  $I_z$  jest momentem bezwładności układu lina – kula względem punktu zaczepienia,  $m$  jest masą kuli,  $M$  jest masą liny,  $l_{SM}$  jest odległością od punktu zaczepienia liny do środka masy układu lina – kula. Skorzystamy dalej ze wzoru na środek masy oraz wzoru Steinera i addytywności momentów bezwładności:

$$I_z = \frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2 + \frac{1}{3}Md^2, \quad l_{SM} = \frac{(d + r)m + \frac{1}{2}Md}{m + M}$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2 + \frac{1}{3}Md^2}{g \cdot (d + r)m + \frac{1}{2}gMd}}$$

Zgodnie z poleceniem pominiemy masę liny  $M$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{5}mr^2 + m(r + d)^2}{g \cdot (d + r)m}} = \dots = 2\pi \sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{r}{r + d}\right)^2 + 1}$$

Po podstawieniu danych z zadania otrzymujemy:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{r}{r + d}\right)^2 + 1} \approx 2\pi \sqrt{\frac{d + r}{g}} \cdot 1,0008 \approx 5,08 \text{ s} \approx 5,1 \text{ s}$$

Czas, po jakim kula dotrze od najwyższego do najniższego punktu toru ruchu, wynosi ćwierć okresu:

$$t = \frac{T}{4} = 1,27 \text{ s} \approx 1,3 \text{ s}$$

### Zadanie 6.3. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Budowanie prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk (III.3). Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

#### Schemat punktowania

1 p. – zapisanie dwóch prawidłowych warunków.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

*Aby otrzymać punkt, to wszystkie zapisane warunki, niezależnie od ich liczby, muszą być prawidłowe.*

#### Przykładowe odpowiedzi

Zapisanie dwóch spośród poniżej wymienionych założeń modelu wahadła matematycznego:

- ciało zawieszone na linie musi mieć bardzo małe rozmiary w stosunku do długości liny (idealnie, gdy jest ono punktem materialnym),
- lina, na której zawieszono jest ciało, musi mieć masę dużo mniejszą od masy ciała (idealnie, gdy lina jest nieważka),
- stosunek sił oporów powietrza działających na ciało do ciężaru ciała musi być dużo mniejszy od jedności (idealnie, gdy wahadło znajduje się w próżni),
- kąt maksymalnego wychylenia liny musi być bardzo mały,
- lina nie może być rozciągliwa,
- działanie tylko dwóch sił: reakcji liny oraz grawitacji.

### Zadanie 7.1. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie warunków powstawania fal stojących (I.1.1.15).

#### Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

#### Poprawna odpowiedź

A

**Zadanie 7.2. (1 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Opisywanie warunków powstawania fal stojących (I.1.1.15).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

1 p. – prawidłowe wyznaczenie maksymalnej długości fali stojącej.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

**Przykładowe rozwiązanie**

Odległość pomiędzy unieruchomionymi końcami struny musi być wielokrotnością połowy długości fali. W przypadku największej możliwej długości fali połowa tej długości musi się równać długości struny:

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = d \rightarrow 1 \cdot \frac{\lambda_{\max}}{2} = d \rightarrow \lambda_{\max} = 2d \rightarrow \lambda_{\max} = 180 \text{ cm}$$

**Zadanie 7.3. (2 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).
Tworzenie informacji.	Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

**Schemat punktowania**

2 p. – prawidłowe wykazanie, że możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz.

1 p. – zastosowanie zależności pomiędzy  $n$ -tą częstotliwością drgania a częstotliwością podstawową  
*lub*

– zapisanie związku pomiędzy częstotliwością i długością fali oraz warunku na długość fali stojącej na strunie.

0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązania**Sposób 1.

Korzystamy ze wzoru na częstotliwość drgania  $n$ -tej składowej harmoniczej dla struny z unieruchomionymi końcami i zauważamy, że różnica kolejnych częstotliwości jest stała i równa częstotliwości pierwszej składowej harmoniczej:

$$f_n = n f_1 \rightarrow f_n - f_{n-1} = n f_1 - (n - 1) f_1 = f_1 \rightarrow f_1 = 675 \text{ Hz} - 450 \text{ Hz} = 225 \text{ Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz:

$$1575 \text{ Hz} = k \cdot 225 \text{ Hz} \rightarrow k = 7$$

Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

### Sposób 2.

Wyprowadzamy wzór na częstotliwość drgania  $n$ -tej składowej harmoniczej dla struny o długości  $d$  z unieruchomionymi końcami:

$$v = \lambda f \rightarrow v = \frac{2d}{n} \cdot f \rightarrow f_n = n \cdot \frac{v}{2d} \rightarrow f_n = n f_1 \text{ oraz } f_1 = \frac{v}{2d}$$

Zauważamy, że różnica kolejnych częstotliwości jest stała i równa częstotliwości pierwszej składowej harmoniczej:

$$f_n = n f_1 \rightarrow f_n - f_{n-1} = f_1 \rightarrow f_1 = 675 \text{ Hz} - 450 \text{ Hz} = 225 \text{ Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz:

$$1575 \text{ Hz} = k \cdot 225 \text{ Hz} \rightarrow k = 7$$

Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

### Sposób 3.

Korzystamy ze wzoru (lub wyprowadzamy ten wzór, jak powyżej) na częstotliwość drgania  $n$ -tej składowej harmoniczej dla struny z unieruchomionymi końcami:

$$f_n = n f_1$$

Podstawiamy dane i wyznaczamy  $f_1$ :

$$675 \text{ Hz} = n f_1 \text{ oraz } 450 \text{ Hz} = (n - 1) f_1 \rightarrow f_1 = 225 \text{ Hz}$$

Sprawdzamy, czy możliwe jest wytworzenie drgania o częstotliwości 1575 Hz.

$$1575 \text{ Hz} = k \cdot 225 \text{ Hz} \rightarrow k = 7$$

Odp.: Tak, możliwe jest wytworzenie drgań o częstotliwości 1575 Hz.

## **Zadanie 8.1. (1 pkt)**

<b>Obszar standardów</b>	<b>Opis wymagań</b>
Wiadomości i rozumienie.	Zastosowanie zasad dynamiki do opisu zachowania się ciał (P I.1.2.2). Opisywanie ruchu cząstki naładowanej w polu elektrostatycznym (I.1.2.7).
Korzystanie z informacji.	Uzupełnianie brakujących elementów rysunku, łącząc posiadane i podane informacje (II.2).

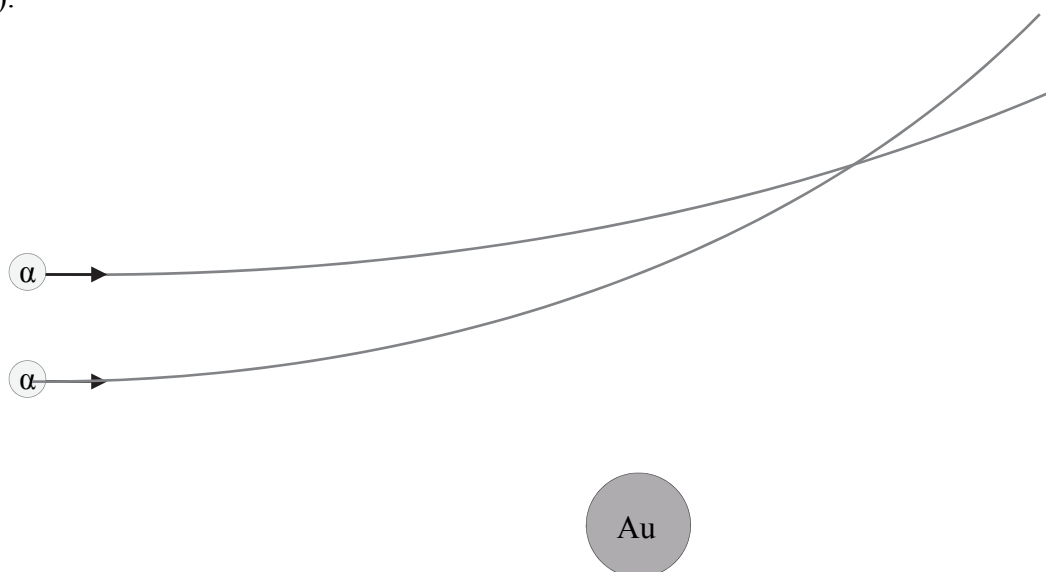
### **Schemat punktowania**

1 p. – prawidłowo narysowane tory obu cząstek: oba tory odchylają się od jądra, a krzywizna toru cząstki poruszającej się bliżej jądra jest większa.

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Przykładowe rozwiązanie

Narysowanie dwóch zakrzywionych torów, jak na rysunku poniżej, uwzględniających:  
1) odchylenie się każdego z nich do góry (cząstka  $\alpha$  i jądro złota odpychają się),  
2) większe zakrzywienia toru cząstki poruszającej się bliżej jądra (cząstka  $\alpha$  bliżej jądra podlega większej sile, co skutkuje większymi zmianami wektora pędu cząstki w ustalonych odstępach czasu).



### Zadanie 8.2. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Tworzenie informacji.	Interpretowanie informacji zapisanych w postaci tekstu (III.1). Analizowanie opisanych wyników doświadczeń (III.4). Formułowanie i uzasadnianie opinii i wniosków (III.5).

### Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź..

0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Poprawna odpowiedź

C1

### Zadanie 8.3. (1 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami jądrowego niedoboru masy i energii wiązania (P I.1.6.6).

### Schemat punktowania

- 1 p. – poprawne wszystkie zaznaczenia.  
0 p. – brak spełnienia powyższego kryterium.

### Poprawna odpowiedź

1. P 2. P 3. F

### Zadanie 8.4. (3 pkt)

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciem energii potencjalnej ładunku w polu elektrostatycznym (I.1.2.5) oraz pojęciem energii kinetycznej (P I.1.6.2). Zastosowanie zasady zachowania energii (P I.1.6.3).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

### Schemat punktowania

- 3 p. – prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej oraz prawidłowy wynik liczbowy podany w MeV (lub eV).  
2 p. – prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej (identyfikacja ładunków cząstki  $\alpha$  i jądra złota, zastosowanie zasady zachowania energii, prawidłowa identyfikacja danych) oraz prawidłowy wynik liczbowy, który nie został podany w MeV *lub*  
– prawidłowa metoda obliczenia początkowej energii kinetycznej (identyfikacja ładunków cząstki  $\alpha$  i jądra złota, zastosowanie zasady zachowania energii, prawidłowa identyfikacja danych), prowadząca do wyniku w MeV, oraz błąd w obliczeniach.  
1 p. – identyfikacja ładunków cząstki  $\alpha$  i jądra złota (np. zapisanie we wzorze  $158q_e^2$  lub  $2 \cdot 79q_e^2$ ) oraz zastosowanie zasady zachowania energii *lub*  
– obliczenie energii kinetycznej w MeV (lub eV) przy błędnej identyfikacji ładunku jąder.  
0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

### Przykładowe rozwiązanie

Identyfikujemy ładunki elektryczne cząstki alfa i jądra złota jako odpowiednie wielokrotności ładunku elementarnego:

$$q_\alpha = 2q_e, \quad q_{Au} = 79q_e$$

Przyrównujemy do siebie energie mechaniczne cząstki alfa w dwóch chwilach: 1) początkowej i 2) gdy zbliżyła się maksymalnie do jądra:

$$E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \rightarrow E_{kin1} + 0 = 0 + E_{pot2}$$

$$E_{kin1} = \frac{kq_\alpha q_{Au}}{d}$$

$$E_{kin1} = \frac{158 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{C}^2}{4 \cdot 10^{-14} \text{m}} = 910 \cdot 10^{-15} \text{J} = 5,69 \text{MeV}$$



**Zadanie 8.5. (3 pkt)**

Obszar standardów	Opis wymagań
Wiadomości i rozumienie.	Posługiwanie się pojęciami jądrowego niedoboru masy i energii wiązania (P I.1.6.6). Określanie, na podstawie liczby masowej i liczby porządkowej, składu jąder atomowych (P I.1.6.5).
Korzystanie z informacji.	Obliczanie wielkości fizycznych z wykorzystaniem znanych zależności fizycznych (II.4.c).

**Schemat punktowania**

- 3 p. – prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota oraz prawidłowy wynik liczbowy w elektronowoltach.
- 2 p. – prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota, prawidłowy wynik liczbowy podany w dżulach oraz brak poprawnego wyniku podanego w elektronowoltach  
*lub*  
– prawidłowa metoda obliczenia energii wiązania jądra złota, nieprawidłowy wynik liczbowy w konsekwencji błędu rachunkowego i prawidłowa metoda przeliczenia wyniku na elektronowolty.
- 1 p. – zapisanie wzoru na energię wiązania jądra atomowego łącznie z identyfikacją liczby protonów i neutronów w tym konkretnym jądrze złota.
- 0 p. – brak spełnienia powyższych kryteriów.

**Przykładowe rozwiązanie**

Energia, jaką należałoby dostarczyć do jądra złota, aby rozbić je na poszczególne, nieoddziałujące nukleony, to z definicji energia wiązania tego jądra atomowego. Zapiszemy wzór na tę energię wiązania jądra atomowego:

$$E_w = (m_{nuk} - m_j)c^2$$

gdzie  $m_{nuk}$  jest sumą mas oddzielnych nukleonów, natomiast  $m_j$  jest masą jądra atomowego.

Identyfikujemy liczbę protonów i neutronów w jądrze złota:

$$Z = 79, \quad N = A - Z = 197 - 79 = 118$$

Obliczamy energię wiązania:

$$E_w = (79m_p + 118m_n - m_j)c^2$$

$$E_w = (79 \cdot 1,6726 \cdot 10^{-27} + 118 \cdot 1,6749 \cdot 10^{-27} - 196,97 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27}) \text{ kg} \cdot c^2 \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$E_w = 2,7049 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \approx 24,3 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Wynik wyrazimy w eV:

$$E_w \approx 24,3 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 15,2 \cdot 10^8 \text{ eV} \approx 1,52 \cdot 10^9 \text{ eV} \approx 1,52 \text{ GeV}$$