



EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

**MATEMATYKA**

## ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ

MATERIAŁ ĆWICZENIOWY DLA UCZNIÓW I NAUCZYCIELI

MARZEC 2019



**OKE**  
W JAWORZNI

**OKE**  
OKRĘGOWA  
KOMISJA  
EGZAMINACYJNA  
W KRAKOWIE

**OKE**  
ŁÓDŹ



**OKE**  
OKRĘGOWA KOMISJA  
EGZAMINACYJNA W POZNANIU

**OKE**  
OKRĘGOWA KOMISJA  
EGZAMINACYJNA W WARSZAWIE



**Zestaw zadań został opracowany przez Okręgową Komisję Egzaminacyjną w Krakowie  
oraz Okręgową Komisję Egzaminacyjną w Łomży.**

Okręgową Komisja Egzaminacyjna w Krakowie  
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków  
tel. 12 683 21 01  
oke@oke.krakow.pl

Okręgową Komisja Egzaminacyjna w Łomży  
Aleja Legionów 9, 18-400 Łomża  
tel. 86 216 44 95  
sekretariat@oke.lomza.pl

**Zadanie 1. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 4) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych [...].
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach. 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 2. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważne liczby uczeń może wypisać.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 3. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	Klasy IV-VI I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AD

**Zadanie 4. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	Klasy IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciiany, liczby pierwsze, liczby złożone.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
I. Sprawność rachunkowa.	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100; 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 5. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	Klasy IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100; 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BC

**Zadanie 6. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	Klasy IV-VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
I. Sprawność rachunkowa	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 7. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	Klasy IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 5, 9, 10, 100; 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 8. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV-VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych (...). II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 12) szacuje wyniki działań.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 12) szacuje wyniki działań.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 9. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	Klasy VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi;

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 10. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	Klasy VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BD

**Zadanie 11. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy IV i VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ i $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ i $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 12. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych. IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomiany i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

**Schemat punktowania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C



**Zadanie 13. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy IV-VI VI. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośći liczbowych i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym [...].
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
III. Modelowanie matematyczne.	6. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośći liczbowych i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 14. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 4) oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ .

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 15. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	Klasy VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PF

**Zadanie 16. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AC

**Zadanie 17. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 18. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	Klasy VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, [...], analizuje je i oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 19. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania; 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...], analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B3

**Zadanie 20. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 21. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	Klasy VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów mających daną własność [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AD

**Zadanie 22. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	Klasy IV-VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, [...]. Klasy VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje własności trójkątów przystających; 5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie).

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 23. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV-VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 24. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny. VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PF

**Zadanie 25. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe (...).

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B3

**Zadanie 26. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu[...].
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

PF

**Zadanie 27. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy IV-VI IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka). IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. Klasy VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 28. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa. IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków [...]

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

**Rozwiązanie**

A1



**Zadanie 29. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych; 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego); IX. Wielokąty. Uczeń: 1) zna pojęcie wielokąta foremnego;

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 30. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	Klasy VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 1) zna pojęcie wielokąta foremnego.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 31. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy IV-VI X. Bryły. Uczeń: 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczenia długości pozostałych krawędzi.

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawna odpowiedź.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

AC

**Zadanie 32. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 33. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	Klasy IV-VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr. Klasy VI i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

BD

**Zadanie 34. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

**Przykładowe rozwiązania****Pierwszy sposób**

$n$  – liczba naturalna

$n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4$  – pięć kolejnych liczb naturalnych

$$n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 100$$

$$5n + 10 = 100$$

$$5n = 90$$

$$n = 18$$

$$n + 4 = 18 + 4 = 22$$

Odpowiedź: Największa spośród tych liczb to liczba 22.

**Drugi sposób**

Suma pięciu kolejnych liczb naturalnych jest równa 100, czyli średnia arytmetyczna tych liczb jest równa liczbie środkowej, która jest równa  $100 : 5 = 20$ .

Kolejne liczby naturalne różnią się o 1, czyli największa liczba jest równa  $20 + 2 = 22$ .

Odpowiedź: Największa spośród tych liczb to liczba 22.

**Zasady oceniania****2 punkty**

rozwiązanie pełne (22)

**1 punkt**

zapisanie równania z niewiadomą oznaczającą jedną z liczb

**lub**

wyznaczenie liczby środkowej

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 35. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII-VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

**Przykładowe rozwiązania****Pierwszy sposób**

$x$  – szukana liczba lat

$$42 + x = 2(15 + x)$$

$$42 + x = 30 + 2x$$

$$x = 12$$

Odpowiedź: Za 12 lat mama będzie 2 razy starsza od Wojtka.

**Drugi sposób**

Z treści zadania wynika, że szukana liczba lat jest liczbą parzystą – wystarczy sprawdzić takie przypadki.

	wiek Wojtka	wiek mamy	Sprawdzenie
obecnie	15	42	
za 6 lat	21	48	$2 \cdot 21 < 48$
za 8 lat	23	50	$2 \cdot 23 < 50$
za 10 lat	25	52	$2 \cdot 25 < 52$
za 12 lat	27	54	$2 \cdot 27 = 54$
za 14 lat	29	56	$2 \cdot 29 > 56$

Odpowiedź: Za 12 lat mama będzie 2 razy starsza od Wojtka.

**Zasady oceniania****2 punkty**

rozwiązanie pełne (12 lat)

**1 punkt**

zapisanie równania z niewiadomą oznaczającą szukaną liczbę lat

**lub**

sprawdzenie warunków zadania tylko dla liczby, która jest rozwiązaniem zadania

**lub**

sprawdzenie warunków zadania dla co najmniej dwóch liczb, z których żadna nie jest rozwiązaniem zadania

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 36. (0–2)**

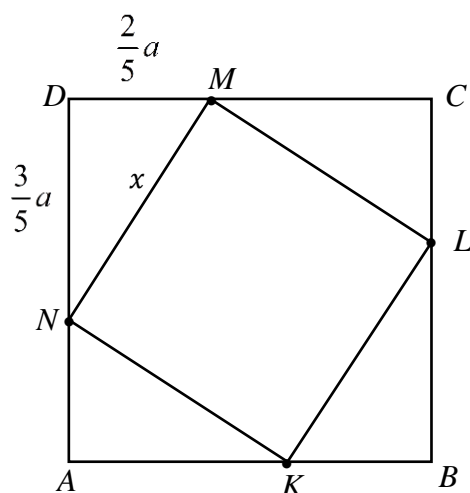
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII-VIII VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny. IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, kwadratu[...].

**Przykładowe rozwiązania****Pierwszy sposób**

Oznaczmy długość boku kwadratu  $a$ , wówczas przyprostokątne trójkątów  $AKN$ ,  $KBL$ ,  $LCM$  i  $NMD$  mają długości  $\frac{2}{5}a$  i  $\frac{3}{5}a$ .

$P_1$  – pole kwadratu  $ABCD$

$P_2$  – pole kwadratu  $KLMN$



$$P_1 = a^2$$

Pole kwadratu  $KLMN$  jest równe różnicy pola kwadratu  $ABCD$  oraz sumy pól trójkątów prostokątnych  $AKN$ ,  $KBL$ ,  $LCM$  i  $NMD$ .

$$P_2 = a^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}a \cdot \frac{3}{5}a = a^2 - \frac{12}{25}a^2 = \frac{13}{25}a^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{13}{25}a^2}{a^2} = \frac{13}{25}$$

### Drugi sposób

Oznaczmy długość boku kwadratu  $a$ , wówczas przyprostokątne trójkątów  $AKN$ ,  $KBL$ ,  $LCM$  i  $NMD$  mają długości  $\frac{2}{5}a$  i  $\frac{3}{5}a$ .

$P_1$  – pole kwadratu  $ABCD$

$P_2$  – pole kwadratu  $KLMN$

$$P_1 = a^2$$

$x$  – długość boku kwadratu  $KLMN$

Z twierdzenia Pitagorasa

$$x^2 = \left(\frac{2}{5}a\right)^2 + \left(\frac{3}{5}a\right)^2$$

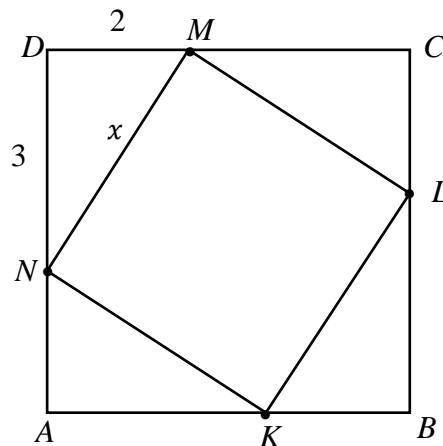
$$x^2 = \frac{13}{25}a^2$$

$$P_2 = x^2 = \frac{13}{25}a^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{13}{25}a^2}{a^2} = \frac{13}{25}$$

### Trzeci sposób

Punkty  $K$ ,  $L$ ,  $M$  i  $N$  dzielą bok kwadratu w stosunku 2 : 3, czyli jeden z odcinków boku kwadratu ma długość 2 jednostki (2 j), drugi z odcinków 3 jednostki (3 j).



$P_1$  – pole kwadratu  $ABCD$

$P_2$  – pole kwadratu  $KLMN$

$x$  – długość boku kwadratu  $KLMN$

Z twierdzenia Pitagorasa

$$x^2 = 2^2 + 3^2$$

$$x^2 = 13$$

$$P_1 = 5^2 = 25 \text{ (j}^2\text{)}$$

$$P_2 = 13 \text{ (j}^2\text{)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{13}{25}$$

## Zasady oceniania

### 2 punkty

rozwiązanie pełne  $\left(\frac{13}{25}\right)$

### 1 punkt

poprawny sposób obliczenia pola trójkąta prostokątnego np.  $DMN$

lub

poprawny sposób obliczenia długości boku kwadratu  $KLMN$

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

## Zadanie 37. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

### Przykładowe rozwiązania

#### Pierwszy sposób

Zauważamy, że przez 3 godziny Marek zebrał 12 pojemników truskawek. Zatem przez 1 godzinę Marek zbierał 4 pojemniki. Stąd 28 pojemników truskawek zebrał przez 7 godzin.

#### Drugi sposób

$x$  – liczba godzin pracy Marka pierwszego dnia

Liczba zebranych pojemników z truskawkami		Liczba godzin zbierania truskawek
28	–	$x$
16	–	$x - 3$

$$28(x - 3) = 16 \cdot x$$

$$12x = 84$$

$$x = 7$$

Odpowiedź: Marek zebrał 28 pojemników truskawek przez 7 godzin.



## Zasady oceniania

### 2 punkty

rozwiązanie pełne (7)

### 1 punkt

zapisanie, że przez 3 godziny Marek zebrał 12 pojemników truskawek

lub

zapisanie poprawnego równania

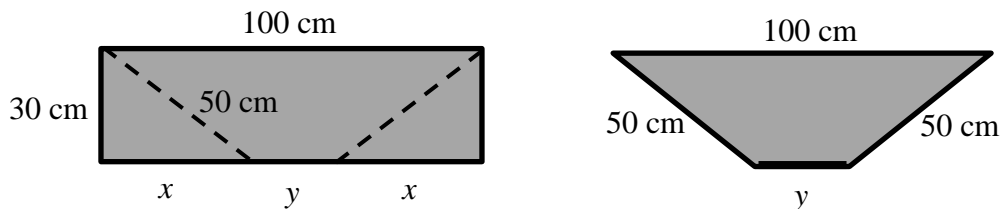
### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zadanie 38. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3) Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

### Przykładowe rozwiązanie



Obliczamy długość odcinka  $x$  z twierdzenia Pitagorasa:  $x^2 + 30^2 = 50^2$ .

Stąd  $x = 40$  (cm).

Obliczamy długość odcinka  $y$ :  $100 \text{ cm} - 2 \cdot 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$ .

## Zasady oceniania

### 2 punkty

rozwiązanie pełne (20 cm)

### 1 punkt

poprawny sposób obliczenia długości odcinka  $x$

### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zadanie 39. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	Klasy VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych.

### Przykładowe rozwiązanie

$$n^2 = (n - 1) \cdot n + n$$

$$(n - 1) \cdot n + n = n^2 - n + n = n^2$$

## Zasady oceniania

### 2 punkty

rozwiązanie pełne

### 1 punkt

poprawne zapisanie ogólnej zależności

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 40. (0–2)**

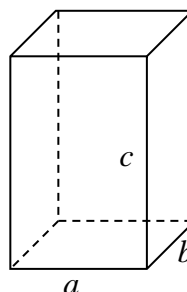
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy IV-VI X. Bryły. Uczeń: 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczenia długości pozostałych krawędzi. Klasy VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

**Przykładowe rozwiązanie**

$$4a + 4b + 4c = 60$$

$$a + b + c = 15$$

$$\text{średnia arytmetyczna: } \frac{15}{3} = 5$$

**Zasady oceniania****2 punkty**

rozwiązanie pełne

**1 punkt**

poprawny sposób wyznaczenia sumy długości trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka prostokąta

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

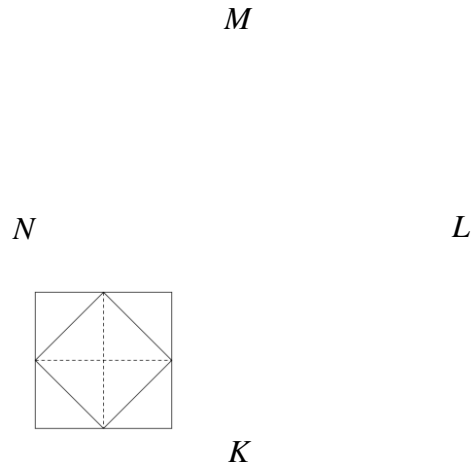
**Zadanie 41. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicz objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych[...]; 3) oblicz objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych[...].

### Przykładowe rozwiązanie

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat. Punkty  $K$ ,  $L$ ,  $M$  i  $N$  są wierzchołkami kwadratu o polu dwa razy mniejszym niż pole kwadratu, który jest podstawą graniastosłupa, stąd

$P_1 = \frac{1}{2}P$ , gdzie  $P$  pole podstawy graniastosłupa,  $P_1$  pole podstawy ostrosłupa.



Wysokość ostrosłupa jest równa wysokości graniastosłupa ( $H$ ).

$V$  – objętość graniastosłupa,  $V_1$  – objętość ostrosłupa.

$$V = P \cdot H$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot P_1 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot H = \frac{1}{6} \cdot P \cdot H = \frac{1}{6}V, \text{ stąd}$$

$$V_1 = \frac{1}{6}V$$

### Zasady oceniania

#### 2 punkty

rozwiązanie pełne

#### 1 punkt

zapisanie, że pole podstawy ostrosłupa stanowi połowę pola podstawy graniastosłupa

#### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Zadanie 42. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	Klasy VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu[...].

**Przykładowe rozwiązanie**

$$|AE| = x$$

$$|AB| = 4x$$

$h$  – wysokość równoległoboku  $ABCD$  i wysokość trójkąta  $AEF$  (wysokości są równe – wspólna dla obu figur)

$$P_{\text{trójkąta}} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h$$

$$P_{\text{równoległoboku}} = 4x \cdot h$$

$$\frac{\frac{1}{2} xh}{4xh} = \frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$$

Zatem pole trójkąta  $AEF$  stanowi  $\frac{1}{8}$  pola równoległoboku  $ABCD$ .

**Zasady oceniania****2 punkty**

rozwiązanie pełne

**1 punkt**

zapisanie pól trójkąta  $AEF$  i równoległoboku  $ABCD$  z wykorzystaniem wspólnej wysokości (równej) oraz zależności pomiędzy podstawami tych figur

**0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

**Zadanie 43. (0–3)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

**Przykładowe rozwiązania****Pierwszy sposób**

$s$  – długość trasy pomiędzy miejscowościami A i B

36 km/h – średnia prędkość pociągu jadącego z miasta A do B w sobotę

27 km/h – średnia prędkość pociągu jadącego z miasta A do B w niedzielę

$\frac{s}{36} - \frac{9}{60}$  – czas jazdy pociągu z miasta A do B w sobotę

$\frac{s}{27} - \frac{39}{60}$  – czas jazdy pociągu z miasta A do B w niedzielę

$$\frac{s}{36} - \frac{9}{60} = \frac{s}{27} - \frac{39}{60}$$

$$s = 54 \text{ (km)}$$

Odpowiedź: Długość trasy między miejscowościami A i B jest równa 54 km.

**Drugi sposób**

$t$  – czas pokonania trasy z miasta A do miasta B bez opóźnienia

36 km/h – średnia prędkość pociągu jadącego z miasta A do B w sobotę

27 km/h – średnia prędkość pociągu jadącego z miasta A do B w niedzielę

Drogę jaką pokonał pociąg jadący z miasta A do B w sobotę można zapisać w postaci:

$$36 \left( t + \frac{9}{60} \right).$$

Drogę jaką pokonał pociąg jadący z miasta A do B w niedzielę można zapisać w postaci:

$$27 \left( t + \frac{39}{60} \right).$$

$$\text{Zatem } 36 \left( t + \frac{9}{60} \right) = 27 \left( t + \frac{39}{60} \right)$$

$$36t + \frac{36 \cdot 9}{60} = 27t + \frac{27 \cdot 39}{60}$$

$$t = \frac{81}{60} \text{ (h)}$$

$$\text{Droga z miasta A do miasta B jest równa } 36 \left( \frac{81}{60} + \frac{9}{60} \right) = 36 \cdot \frac{3}{2} = 54 \text{ (km)}$$

Odpowiedź: Długość trasy między miejscowościami A i B jest równa 54 km.

## Zasady oceniania

### 3 punkty

rozwiązanie pełne (54)

### 2 punkty

Poprawny sposób metody obliczenia długości trasy pomiędzy tymi miejscowościami

### 1 punkt

zapisanie zależności między prędkością i czasem pociągu jadącego w sobotę  
lub

zapisanie zależności między prędkością i czasem pociągu jadącego w niedzielę

### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zadanie 44. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

## Przykładowe rozwiązania

### Pierwszy sposób

$x$  – liczba lat Macieja

$2x$  – liczba lat Julii

$2x - 6$  – liczba lat Dominiki

$2x - 9$  – liczba lat Weroniki

$$x + 2x + 2x - 6 + 2x - 9 = 34$$

$$7x = 49$$

$$x = 7$$

Odpowiedź: Maciej ma 7 lat.

### Drugi sposób

	wiek wnuków
Maciej	$\frac{1}{2}x$
Julia	$x$
Dominika	$x - 6$
Weronika	$x - 9$

$$\frac{1}{2}x + x + x - 6 + x - 9 = 34$$

$$3,5x = 49$$

$$x = 14$$

$$14 : 2 = 7$$

Odpowiedź: Maciej ma 7 lat.

### Zasady oceniania

#### 3 punkty

rozwiązanie pełne (7)

#### 2 punkty

zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą, oznaczającą wiek jednego z wnuków

#### 1 punkt

opisanie wieku każdego z trzech wnuków w zależności od czwartego z nich

#### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### Zadanie 45. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

### Przykładowe rozwiązanie

$$12a = 120$$

$$a = 10$$

$$h^2 + 5^2 = 30^2$$

$$h^2 = 875$$

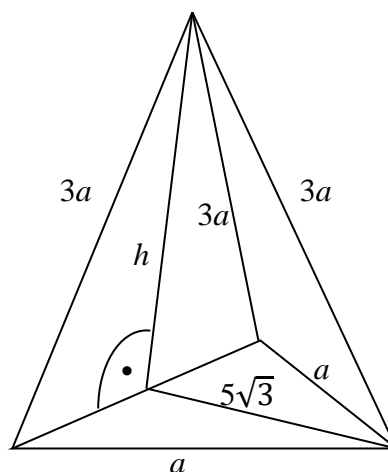
$$h = \sqrt{875} = 5\sqrt{35}$$

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

$$P_s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5\sqrt{35} = 25\sqrt{35}$$

$$P_c = 25\sqrt{3} + 75\sqrt{35}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni ostrosłupa jest równe  $25\sqrt{3} + 75\sqrt{35}$  cm<sup>2</sup>.





## Zasady oceniania

### 4 punkty

obliczenie pola powierzchni ostrosłupa ( $25\sqrt{3} + 75\sqrt{35}$ )

### 3 punkty

poprawny sposób obliczenia pola ściany bocznej ostrosłupa i poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa

### 2 punkty

poprawny sposób obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa

**lub**

poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa

### 1 punkt

poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

## Zadanie 46. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3) Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV-VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm.
<b>Podstawa programowa 2012</b>	
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych.

### Przykładowe rozwiązanie

Obliczamy długość boku kwadratu (sad):  $\sqrt{121} = 11$  (m).

Obliczamy długość drugiego boku prostokąta (ogród warzywny):  $363:11 = 33$  (m).

Obliczamy długość dłuższej podstawy trapezu (ogród kwiatowy):  $33 + 11 = 44$  (m).

Obliczamy długość krótszej podstawy i wysokości trapezu (ogród kwiatowy):  $44 : 2 = 22$  (m).

Obliczamy pole trapezu (ogród kwiatowy):

$$\frac{(44 + 22) \cdot 22}{2} = 66 \cdot 11 = 726 \text{ (m}^2\text{)}.$$

## Zasady oceniania

### 4 punkty

rozwiązanie pełne (726)

### 3 punkty

poprawny sposób obliczenia powierzchni jaką zajmuje ogród kwiatowy

### 2 punkty

poprawny sposób obliczenia wymiarów ogrodu warzywnego

### 1 punkt

poprawny sposób obliczenia wymiarów sadu

### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zadanie 47. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	Klasy IV-VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi. Klasy VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

## Przykładowe rozwiązania

### Pierwszy sposób

Pole podstawy obu brył:  $P_p = \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{25}{2} (\text{cm}^2)$ .

$|AS| = |AE| = H$  – wysokość ostrosłupa i graniastosłupa

Trójkąt ACS jest prostokątny, o przyprostokątnej 5 cm i przeciwprostokątnej 13 cm, stąd

$$5^2 + H^2 = 13^2$$

$$H^2 = 13^2 - 5^2$$

$$H = 12 (\text{cm})$$

Objętość ostrosłupa:  $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{2} \cdot 12 = 50 (\text{cm}^3)$ .

Objętość graniastosłupa:  $V = \frac{25}{2} \cdot 12 = 150 (\text{cm}^3)$ .

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest o  $100 \text{ cm}^3$  większa od objętości ostrosłupa.

### Drugi sposób

Podstawą każdej z tych brył jest kwadrat o przekątnej 5 cm.

$$\text{Pole podstawy: } P_p = \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{25}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{lub } P_p = \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{25 \cdot 2}{4} = \frac{25}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$|AS| = |IE| = H$  – wysokość ostrosłupa i graniastosłupa.

$$5^2 + H^2 = 13^2$$

$$H^2 = 13^2 - 5^2$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Bryły te mają takie same podstawy i wysokości zatem różnica ich objętości jest równa

$$P_p \cdot H - \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{2}{3} P_p \cdot H$$

$$\frac{2}{3} P_p \cdot H = \frac{2}{3} \cdot \frac{25}{2} \cdot 12 = 100 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest o  $100 \text{ cm}^3$  większa od objętości ostrosłupa.

### Zasady oceniania

#### 4 punkty

rozwiązanie pełne ( $100 \text{ cm}^3$ )

#### 3 punkty

poprawny sposób obliczenia różnicy objętości brył

lub

poprawny sposób obliczenia objętości ostrosłupa i graniastosłupa

#### 2 punkty

poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa i graniastosłupa

#### 1 punkt

poprawny sposób obliczenia pola kwadratu

#### 0 punktów

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

**Zadanie 48. (0–4)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<b>Podstawa programowa 2017</b>	
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. lub IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	Klasy VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych [...].

**Przykładowe rozwiązania****Pierwszy sposób**

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych  $60^\circ$  i  $30^\circ$ .

Przeciwprostokątna w tym trójkącie ma długość 8, stąd przyprostokątne mają długości:

$$4\sqrt{3} \text{ i } 4.$$

Wysokość graniastosłupa jest trzy razy dłuższa od najkrótszej krawędzi jego podstawy, zatem ma długość  $4 \cdot 3 = 12$ .

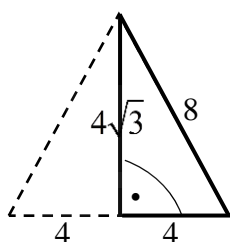
$$\text{Pole podstawy: } P_p = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3}.$$

$$\text{Pole powierzchni bocznej: } P_b = 4\sqrt{3} \cdot 12 + 4 \cdot 12 + 8 \cdot 12 = 48\sqrt{3} + 144.$$

$$\text{Pole powierzchni całkowitej: } P_c = 2 \cdot 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} + 144 = 64\sqrt{3} + 144.$$

**Drugi sposób**

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych  $60^\circ$  i  $30^\circ$ . Jest on połową trójkąta równobocznego o boku długości 8.



Wysokość graniastosłupa jest trzy razy dłuższa od najkrótszej krawędzi jego podstawy, zatem ma długość  $4 \cdot 3 = 12$ .

$$\text{Pole podstawy: } P_p = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3}.$$

$$\text{Pole powierzchni bocznej: } P_b = (4\sqrt{3} + 4 + 8) \cdot 12 = 48\sqrt{3} + 144.$$

$$\text{Pole powierzchni całkowitej: } P_c = 2 \cdot 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} + 144 = 64\sqrt{3} + 144.$$

## **Zasady oceniania**

### **4 punkty**

rozwiązanie pełne ( $64\sqrt{3} + 144$ )

### **3 punkty**

poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej graniastosłupa

### **2 punkty**

poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa i pola podstawy graniastosłupa  
lub

poprawny sposób obliczenia pola powierzchni bocznej graniastosłupa

### **1 punkt**

poprawny sposób obliczenia długości pozostałych krawędzi podstawy graniastosłupa

### **0 punktów**

rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu