CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

miejsce na naklejkę

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

7 MAJA 2019

Godzina rozpoczęcia: 9:00

Czas pracy: 170 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

MMA-P1_1P-192

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

A. 14 cyfr **B.** 15 cyfr **C.** 16 cyfr **D.** 30 cyfr

Zadanie 3. *(1 pkt)*

W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

A. 1% **B.** 25% **C.** 33% **D.** 75%

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

A. $a = \frac{11}{20}$ **B.** $a = \frac{8}{9}$ **C.** $a = \frac{9}{8}$ **D.** $a = \frac{20}{11}$

Zadanie 5. *(1 pkt)*

Para liczb $x = 2$ i $y = 2$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax + y = 4 \\ -2x + 3y = 2a \end{cases}$ dla

A. $a = -1$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = 2$

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} = 0$

A. ma trzy różne rozwiązania: $x = 1, x = 3, x = -2$.

B. ma trzy różne rozwiązania: $x = -1, x = -3, x = 2$.

C. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1, x = -2$.

D. ma dwa różne rozwiązania: $x = -1, x = 2$.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

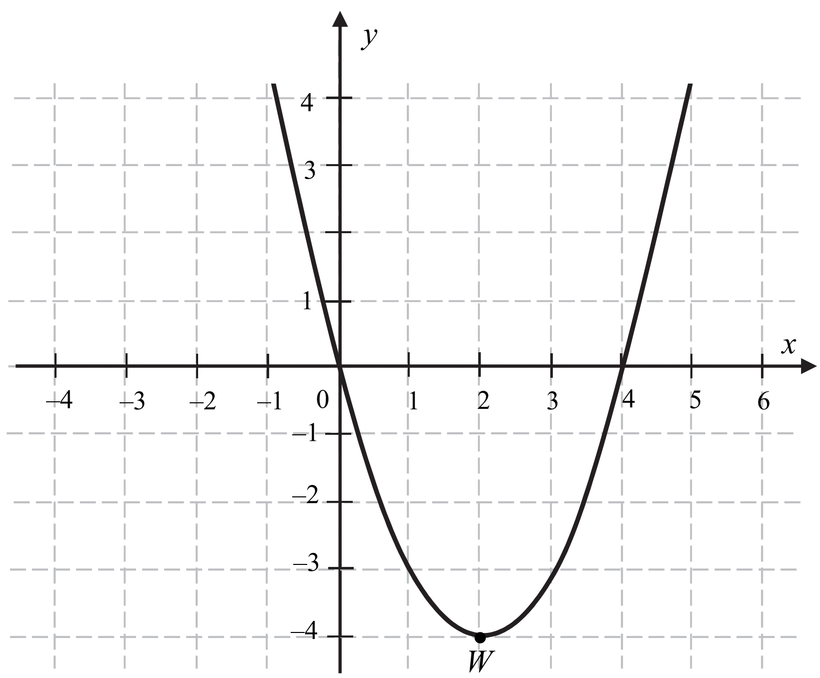
Zadanie 7. *(1 pkt)*

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=3(x+1)-6\sqrt{3}$ jest liczba

A. $3-6\sqrt{3}$ **B.** $1-6\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}-1$ **D.** $2\sqrt{3}-\frac{1}{3}$

Informacja do zadań 8.–10.

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,-4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f.



Zadanie 8. *(1 pkt)*

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 0\rangle$ **B.** $\langle 0, 4\rangle$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $\langle 4, +\infty)$

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4\rangle$ jest równa

A. -3 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 0

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $y=-4$ **B.** $x=-4$ **C.** $y=2$ **D.** $x=2$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 11. *(1 pkt)*

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -168 **B.** -189 **C.** -21 **D.** -42

Zadanie 12. *(1 pkt)*

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

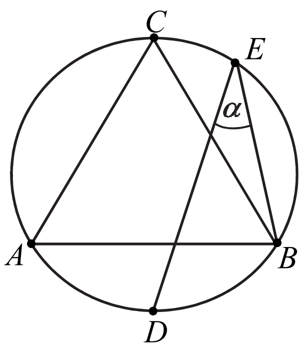
Zadanie 13. *(1 pkt)*

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

A. $\cos\alpha = \frac{5}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{9}{25}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

Zadanie 14. *(1 pkt)*

Punkty *D* i *E* leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym *ABC* (zobacz rysunek). Odcinek *CD* jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany *DEB* ma miarę α.



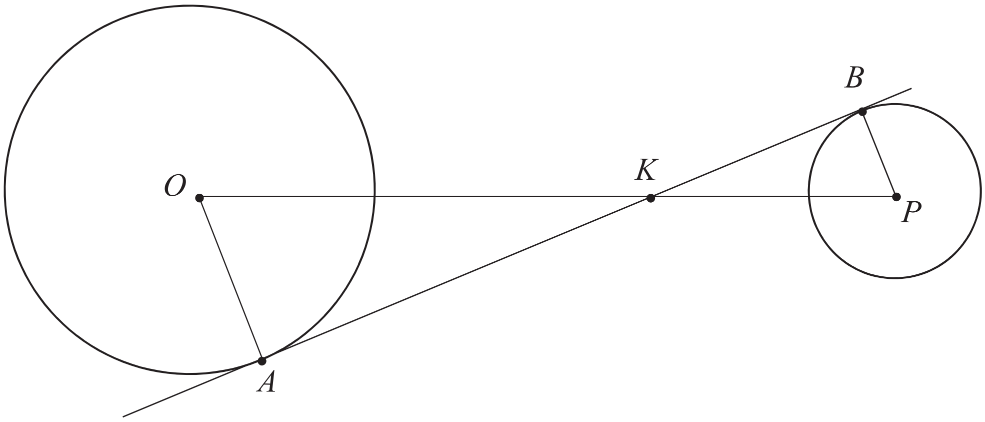
Zatem

A. $\alpha = 30°$ **B.** $\alpha < 30°$ **C.** $\alpha > 45°$ **D.** $\alpha = 45°$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 15. *(1 pkt)*

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B. Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Wtedy

A. $|OK| = 6$ **B.** $|OK| = 8$ **C.** $|OK| = 10$ **D.** $|OK| = 12$

Zadanie 16. *(1 pkt)*

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym $150°$. Pole tego rombu jest równe

A. 8 **B.** 12 **C.** $8\sqrt{3}$ **D.** 16

Zadanie 17. *(1 pkt)*

Proste o równaniach $y = (2m+2)x - 2019$ oraz $y = (3m-3)x + 2019$ są równoległe, gdy

A. $m = -1$ **B.** $m = 0$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 5$

Zadanie 18. *(1 pkt)*

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$, gdy

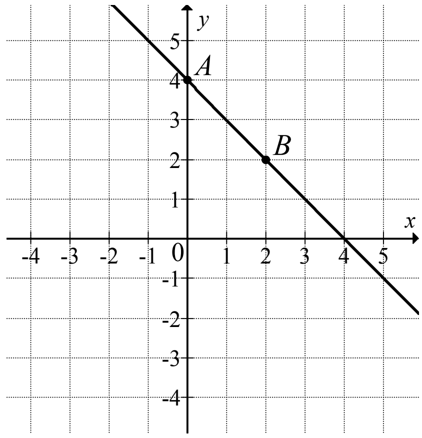
A. $a = -4$ i $b = -2$ **B.** $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{8}$

C. $a = -4$ i $b = 2$ **D.** $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{2}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 19. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f. Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A=(0,4)$ i $B=(2,2)$.



Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

A. $g(x)=x+4$ **B.** $g(x)=x-4$ **C.** $g(x)=-x-4$ **D.** $g(x)=-x+4$

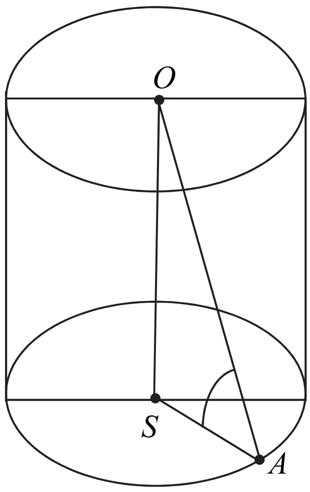
Zadanie 20. *(1 pkt)*

Dane są punkty o współrzędnych $A=(-2,5)$ oraz $B=(4,-1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku AB jest równa

A. 12 **B.** 6 **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Zadanie 21. *(1 pkt)*

Promień AS podstawy walca jest równy połowie wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy

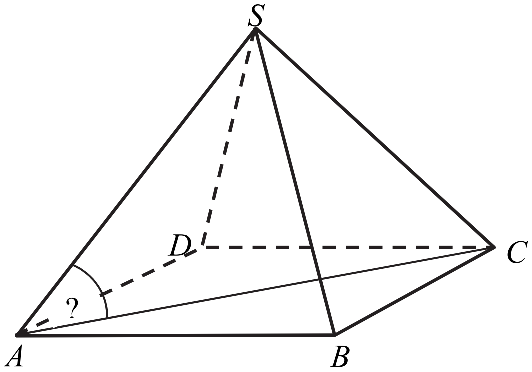


A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 22. *(1 pkt)*

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego *ABCDS* jest kwadrat *ABCD*. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi.



Miara kąta *SAC* jest równa

A. 90° **B.** 75° **C.** 60° **D.** 45°

Zadanie 23. *(1 pkt)*

Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, *a*, 16, 25, jest równa 14. Zatem

A. $a = 7$ **B.** $a = 12$ **C.** $a = 14$ **D.** $a = 20$

Zadanie 24. *(1 pkt)*

Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

A. 12 **B.** 36 **C.** 162 **D.** 243

Zadanie 25. *(1 pkt)*

W pudełku jest 40 kul. Wśród nich jest 35 kul białych, a pozostałe to kule czerwone. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej kuli jest takie samo. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy kulę czerwoną, jest równe

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{40}$ **D.** $\frac{1}{35}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. *(2 pkt)*

Rozwiąż równanie $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. *(2 pkt)*

Rozwiąż nierówność $3x^2 - 16x + 16 > 0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

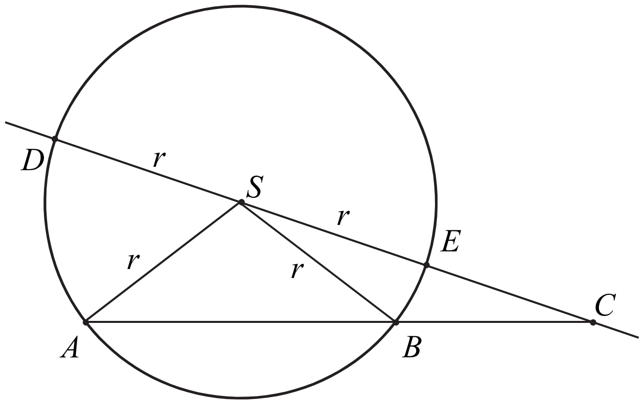
Zadanie 28. *(2 pkt)*

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0 .$$

Zadanie 29. *(2 pkt)*

Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r. Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α, to miara kąta ASD jest równa 3α.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

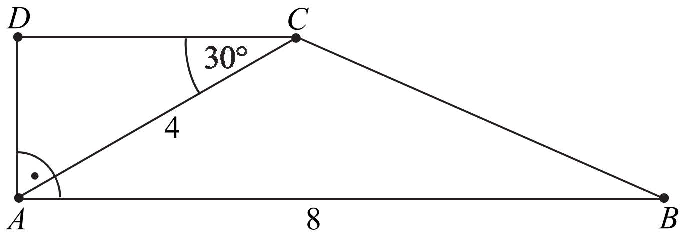
Zadanie 30. *(2 pkt)*

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. *(2 pkt)*

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. ***(4 pkt)***

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, jest równa 16.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Oblicz liczbę k, dla której $a_k = -78$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. *(4 pkt)*

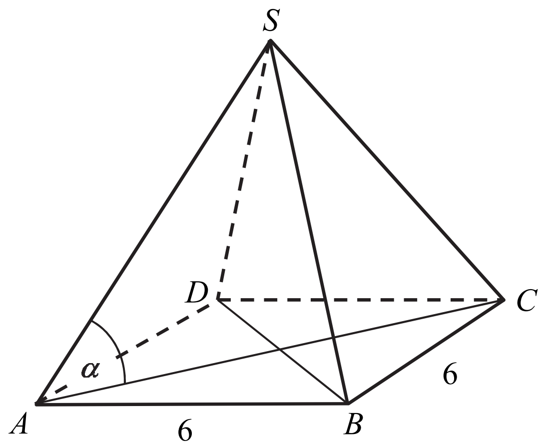
Dany jest punkt $A=(-18,10)$. Prosta o równaniu $y=3x$ jest symetralną odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 34. *(5 pkt)*

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α.



Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*