

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin maturalny</b>
<i>Przedmiot:</i>	<b>Fizyka</b>
<i>Poziom:</i>	<b>Poziom rozszerzony</b>
<i>Formy arkusza:</i>	EFAP-R0-100, EFAP-R0-200, EFAP-R0-300, EFAP-R0-700
<i>Termin egzaminu:</i>	19 maja 2023 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	28 maja 2023 r.

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

Gdy wymaganie dotyczy materiału gimnazjum, dopisano (G), a gdy zakresu podstawowego IV etapu edukacyjnego – dopisano (P).

### Zadanie 1. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024 <sup>1</sup>	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.4) wykorzystuje związki pomiędzy położeniem, prędkością i przyspieszeniem w ruchu jednostajnym i jednostajnie zmiennym do obliczania parametrów ruchu.
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	

### Zasady oceniania<sup>2</sup>

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  
 $d_{max} = 58,75 \text{ m}$ .

3 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu  $t_{max}$ , w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położenia samochodów w chwili  $t_{max}$ , **oraz** zapisanie wyrażenia (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określających położenia samochodów (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego i ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = (40 + 35t_{max}) - (20t_{max} + 3t_{max}^2)$$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu  $t_{max}$ , w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położenia samochodów w chwili  $t_{max}$  (lub sumy położenia początkowego  $d_0$  i różnicy  $\Delta s$  dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości) np. zapisy równoważne poniższym:

$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \text{oraz} \quad \{d_{max} = x_F(t_{max}) - x_P(t_{max}) \text{ lub } d_{max} = d_0 + \Delta s\}$$

LUB

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 1 sierpnia 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U.2022 poz. 1698).

<sup>2</sup> Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

- poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu  $t_{max}$ , w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie wyrażenia (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określającego położenie jednego z samochodów dla dowolnego  $t$  bądź wyznaczonego  $t_{max}$  (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego lub ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:
 
$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \text{oraz} \quad \{ x_{\mathcal{F}}(t) = 40 + 35t \quad \text{lub} \quad x_{\mathcal{P}}(t) = 20t + 3t^2 \}$$
- 1 pkt – opisanie strategii rozwiązania (bez wykonania dalszych obliczeń): stwierdzenie, że maksymalna odległość pomiędzy samochodami jest w chwili, w której wartości prędkości samochodów są sobie równe, a odległość między nimi jest równa różnicy położeń  
LUB
  - przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym dla samochodu  $\mathcal{P}$  (na symbolach wielkości lub z podstawionymi danymi), np. zapisy równoważne poniższym:
 
$$\{ v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}} \quad \text{oraz} \quad v_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}} + at \}$$
 albo
 
$$20 + 6t_{max} = 35$$
 albo
 
$$a = \frac{v_{\mathcal{F}} - v_{0\mathcal{P}}}{t_{max}} \quad (\text{w jednym zapisie})$$
 LUB
  - przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zapisanie odległości maksymalnej między samochodami jako różnicy położeń samochodów w chwili  $t_{max}$  (bądź sumy położenia początkowego i różnicy dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości), np. zapisy równoważne poniższym:
 
$$v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}} \quad \text{oraz} \quad d_{max} = x_{\mathcal{F}}(t_{max}) - x_{\mathcal{P}}(t_{max})$$
 albo
 
$$v_{\mathcal{P}} = v_{\mathcal{F}} \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \Delta s$$
 LUB
  - poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego dla samochodu  $\mathcal{P}$  i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:
 
$$x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2 \quad \text{oraz} \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunkach za 3 pkt i 2 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  $d_{max} = 58,75 \text{ m}$ .

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia zależności  $d(t)$  (funkcji  $d(t)$ ) jako różnicy położenia samochodów od czasu **oraz** zapisanie prawidłowej postaci tej funkcji, **oraz** prawidłowa metoda obliczenia wartości maksymalnej funkcji  $d(t)$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$d(t) = (40 + 35t) - (20t + 3t^2) = -3t^2 + 15t + 40 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = -\frac{\Delta}{4A}$$

2 pkt – zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położenia **oraz** poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów, np. zapisy równoważne poniższym:

$$d = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}} \quad \text{oraz} \quad x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2 \quad \text{i} \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

1 pkt – opisanie strategii rozwiązania: zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położenia **oraz** stwierdzenie, że maksymalna odległość będzie największą wartością funkcji opisującej zależność różnicy położenia od czasu  
*LUB*

– poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego dla samochodu  $\mathcal{P}$  i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2 \quad \text{oraz} \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:  
 $d_{max} = 58,75 \text{ m}$ .

3 pkt – zapisanie wzoru na prędkość  $\tilde{v}_{\mathcal{P}}$  samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia związanym z samochodem  $\mathcal{F}$  **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi, jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a}$$

2 pkt – zapisanie wzoru na prędkość  $\tilde{v}_{\mathcal{P}}$  samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia związanym z samochodem  $\mathcal{F}$  **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi  $\tilde{s}$ , jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

*LUB*

- zapisanie wzoru na prędkość  $\tilde{v}_P$  samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia związanym z samochodem  $\mathcal{F}$  **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_P(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad \tilde{s} = \frac{\tilde{v}_P(0)^2}{2a}$$

- 1 pkt – zapisanie wzoru na prędkość  $\tilde{v}_P$  samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia związanym z samochodem  $\mathcal{F}$  **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_P(t_{max}) = 0$$

LUB

- zapisanie warunku na prędkość  $\tilde{v}_P$  samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia związanym z samochodem  $\mathcal{F}$ , gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi  $\tilde{s}$ , jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Uwaga dodatkowa do zasad oceniania sposobem 3.

Sposób 3. rozwiązania może pomijać etap obliczenia  $t_{max}$ .

### Przykładowe pełne rozwiązania<sup>3</sup>

#### Sposób 1. (z przyrównaniem wartości prędkości samochodów)

Odległość  $d$  pomiędzy samochodami zwiększa się (licząc od chwili  $t_0 = 0$ ) w takim czasie, w jakim samochód  $\mathcal{F}$  ma większą prędkość od samochodu  $\mathcal{P}$ . W chwili  $t_{max}$ , gdy wartości prędkości obu samochodów zrównają się, ta odległość będzie największa. Wynika to z faktu, że licząc od chwili  $t_{max}$ , wartość prędkości samochodu  $\mathcal{P}$  staje się większa od wartości prędkości samochodu  $\mathcal{F}$ , a zatem odległość pomiędzy samochodami będzie malała – do momentu, gdy  $\mathcal{P}$  dogoni  $\mathcal{F}$ .

Samochód  $\mathcal{P}$  od chwili  $t_0 = 0$  poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym, zatem zależność prędkości tego samochodu od czasu dana jest wzorem:

$$v_P = v_{0P} + at \quad \rightarrow \quad v_P = 20 + 6t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu wyrażamy w jednostkach podstawowych układu SI. Przyrównamy wartości prędkości obu samochodów i obliczymy  $t_{max}$  – czas, po jakim odległość pomiędzy samochodami będzie największa:

$$\begin{aligned} v_P &= v_F \\ 20 + 6t_{max} &= 35 \quad \rightarrow \quad t_{max} = 2,5 \text{ s.} \end{aligned}$$

<sup>3</sup> Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

Obliczymy odległość  $d_{max}$  pomiędzy samochodami w chwili  $t_{max}$ . Przyjmiemy, że w chwili  $t_0 = 0$  samochód policyjny  $\mathcal{P}$  znajdował się w położeniu  $x_{0\mathcal{P}} = 0$ , a samochód osobowy  $\mathcal{F}$  znajdował się w położeniu  $x_{0\mathcal{F}} = 40$  m. Określimy położenia  $x_{\mathcal{P}}$ ,  $x_{\mathcal{F}}$  obu samochodów w chwili  $t_{max}$  (licząc od chwili  $t_0 = 0$ ).

Skorzystamy z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego (dla  $\mathcal{P}$ ) i ruchu jednostajnego prostoliniowego (dla  $\mathcal{F}$ ):

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 20 \cdot 2,5 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (2,5)^2 = 68,75 \text{ m}$$

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{F}}(t_{max}) = 40 + 35 \cdot 2,5 = 127,5 \text{ m}$$

Odległość maksymalna  $d_{max}$  między samochodami jest równa różnicy położenia obu samochodów w chwili  $t_{max}$ .

$$d_{max} = 127,5 \text{ m} - 68,75 \text{ m} = 58,75 \text{ m}$$

### Sposób 2. (z obliczeniem maksimum funkcji)

Wyznamy odległość  $d(t)$  między samochodami w funkcji czasu i znajdziemy maksimum tej funkcji. Funkcję  $d(t)$  określamy w przedziale czasu od chwili  $t_0 = 0$  do momentu, gdy  $\mathcal{P}$  dogoni  $\mathcal{F}$ .

Przyjmiemy, że w chwili  $t_0 = 0$  samochód policyjny  $\mathcal{P}$  znajdował się w położeniu  $x_{0\mathcal{P}} = 0$ , a samochód osobowy  $\mathcal{F}$  znajdował się w położeniu  $x_{0\mathcal{F}} = d_0$ . Określimy położenia  $x_{\mathcal{P}}$ ,  $x_{\mathcal{F}}$  obu samochodów w dowolnej chwili  $t$ , licząc od  $t_0 = 0$  do momentu, gdy  $\mathcal{P}$  dogoni  $\mathcal{F}$ . Skorzystamy z równań ruchu.

Samochód  $\mathcal{P}$  od chwili  $t_0 = 0$  poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym, zatem:

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{P}} = 20t + \frac{1}{2} \cdot 6t^2 = 20t + 3t^2$$

Samochód  $\mathcal{F}$  poruszał się ruchem jednostajnym prostoliniowym, zatem:

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu są wyrażone w jednostkach podstawowych układu SI.

Wyznamy odległość między samochodami w funkcji czasu  $t$ . Odległość  $d$  między samochodami jest równa różnicy położenia obu samochodów w chwili  $t$ :

$$d(t) = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}} \quad \rightarrow \quad d(t) = 40 + 35t - (20t + 3t^2)$$

$$d(t) = -3t^2 + 15t + 40$$

#### Uwaga!

Funkcja  $d(t)$  jest określona w przedziale czasu od  $t_0 = 0$  do czasu, po jakim  $\mathcal{P}$  dogoni  $\mathcal{F}$ . Będzie to czas, po którym odległość pomiędzy samochodami jest równa zero:

$$d(t) = 0 \quad \rightarrow \quad -3t^2 + 15t + 40 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{705} \approx 26,6 \text{ s} \quad \rightarrow \quad t_1 \approx -1,9 \text{ s} \quad t_2 \approx 6,9 \text{ s}$$

Funkcję kwadratową  $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$  rozpatrujemy dla  $t \in [0, t_2]$ .

Znajdziemy maksimum funkcji kwadratowej  $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$ . W tym celu obliczymy współrzędne  $(t_{max}, d_{max})$  wierzchołka paraboli będącej wykresem  $d = d(t)$ :

$$t_{max} = -\frac{B}{2A} = -\frac{15}{2 \cdot (-3)} = 2,5 \text{ s} \quad d_{max} = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{15^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 40}{4 \cdot (-3)} = 58,75 \text{ m}$$

Największa odległość pomiędzy samochodami jest równa 58,75 m.

### Sposób 3. (z wykorzystaniem prędkości względnej)

Rozważamy ruch samochodu  $\mathcal{P}$  w poruszającym się układzie odniesienia związanym na sztywno z samochodem  $\mathcal{F}$ . Początek tego układu odniesienia określimy w miejscu, gdzie znajdował się samochód  $\mathcal{P}$  w chwili  $t_0 = 0$ . Równanie ruchu (na prędkość) samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$  ma postać:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) &= v_{\mathcal{P}} - v_{\mathcal{F}} = 6t - 15 \\ \tilde{v}_{\mathcal{P}}(0) &= -15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Do chwili  $t_{max}$  (czyli do momentu zrównania się prędkości względem ziemi), samochód  $\mathcal{P}$  – w układzie odniesienia samochodu  $\mathcal{F}$  – oddala się od niego ( $\mathcal{F}$  jest nieruchomy w swoim układzie odniesienia). Równość prędkości (względem ziemi) oznacza, że w chwili  $t_{max}$ , prędkość samochodu  $\mathcal{P}$  w układzie  $\mathcal{F}$  wynosi zero:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$$

Od chwili  $t_{max}$ , samochód  $\mathcal{P}$  będzie się zbliżał do  $\mathcal{F}$ . Zatem w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , odległość między samochodami była największa w chwili  $t_{max}$  i wynosiła:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

gdzie  $\tilde{s}$  jest drogą, jaką przebył samochód  $\mathcal{P}$  w układzie odniesienia  $\mathcal{F}$ , od chwili  $t_0 = 0$  do chwili  $t_{max}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2 - \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max})^2}{2a} = \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a} \\ \tilde{s} &= \frac{15^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 18,75 \text{ m} \end{aligned}$$

Zatem ostatecznie otrzymujemy:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s} = 40 \text{ m} + 18,75 \text{ m} = 58,75 \text{ m}$$

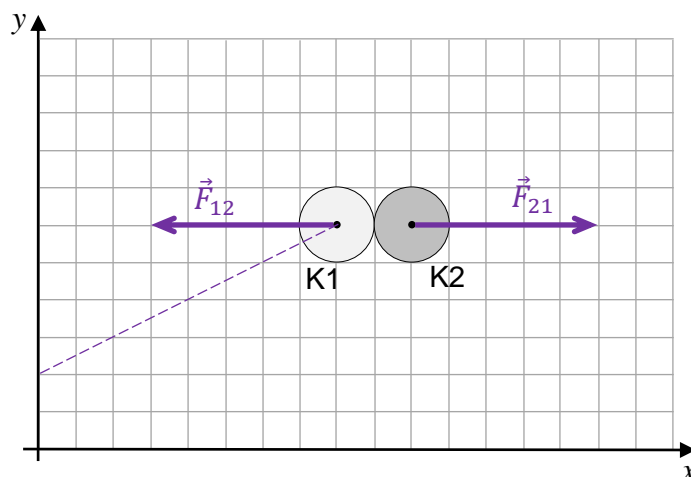
**Zadanie 2.1. (0–1)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona; 1.9) stosuje trzecią zasadę dynamiki Newtona do opisu zachowania się ciał.

**Zasady oceniania**

1 pkt – narysowanie poprawnych (co do kierunku, zwrotu i o równych wartościach) wektorów sił reakcji kul K1 i K2 (przyłożonych osobno do każdej kuli).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Rozwiązanie****Zadanie 2.2. (0–1)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. 3.5) stosuje zasadę zachowania energii oraz zasadę zachowania pędu do opisu zderzeń sprężystych i niesprężystych.



**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 3.1. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.3) (G) podaje przykłady sił i rozpoznaje je w różnych sytuacjach praktycznych; 1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona. 1.1) [...] wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe); 1.12) posługuje się pojęciem siły tarcia do wyjaśniania ruchu ciał; 1.13) składa i rozkłada siły działające wzdłuż prostych nierównoległych.

**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawne narysowanie siły  $\vec{F}_r$  na diagramie 2. o kierunku prostopadłym do płaszczyzny równi, zwrocie w górę i wartości 8 umownych jednostek siły **oraz** poprawne narysowanie na diagramie 3. siły  $\vec{F}$  o kierunku wzdłuż równi, zwrocie w górę równi i wartości 5 umownych jednostek siły.
- 2 pkt – poprawne narysowanie siły  $\vec{F}_r$  na diagramie 2. o kierunku prostopadłym do płaszczyzny równi, zwrocie w górę i wartości 8 umownych jednostek siły **oraz** poprawne narysowanie na którymkolwiek diagramie siły wypadkowej sił grawitacji i reakcji (czyli składowej siły grawitacji stycznej do równi) o kierunku wzdłuż równi, zwrocie w dół równi i wartości 3 umownych jednostek siły  
*LUB*
- poprawne narysowanie na diagramie 3. siły  $\vec{F}$  o kierunku wzdłuż równi, zwrocie w górę równi i wartości 5 umownych jednostek siły.
- 1 pkt – poprawne narysowanie siły  $\vec{F}_r$  na diagramie 2. o kierunku prostopadłym do płaszczyzny równi, zwrocie w górę i wartości 8 umownych jednostek siły  
*LUB*
- poprawne narysowanie na którymkolwiek diagramie siły wypadkowej sił grawitacji i reakcji równi (czyli składowej siły grawitacji stycznej do równi) o kierunku wzdłuż równi, zwrocie w dół równi i wartości 3 umownych jednostek siły.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

Diagram 2.

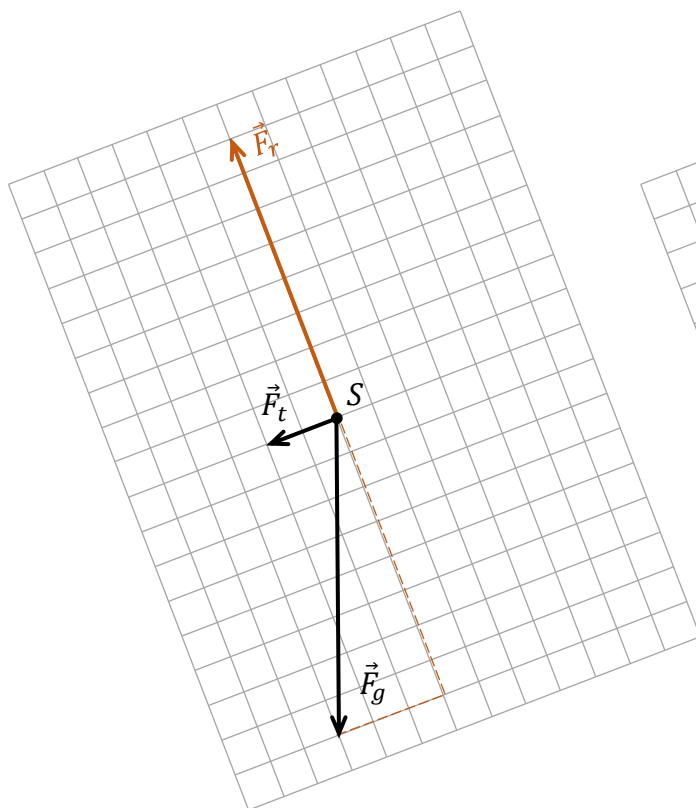
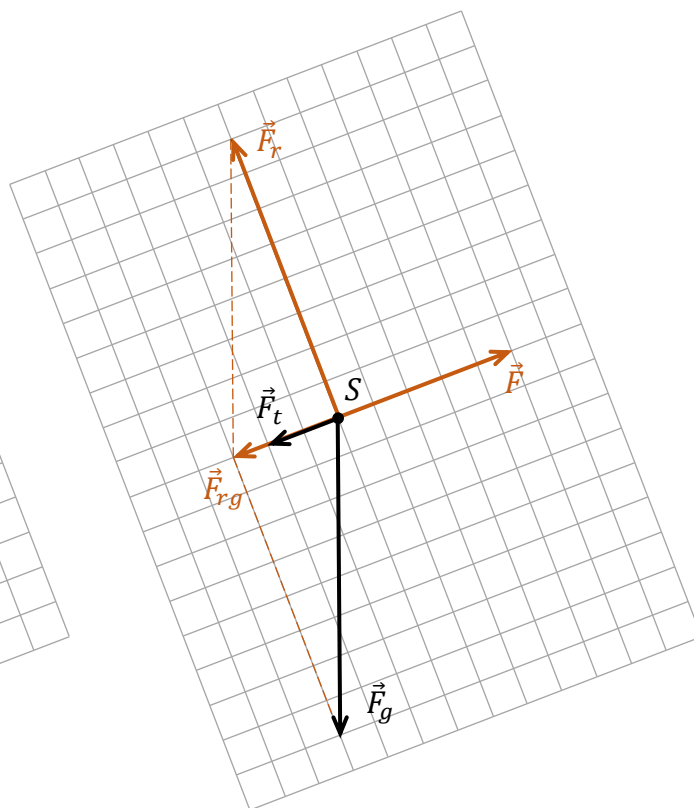


Diagram 3.



**Zadanie 3.2. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.  III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 1.13) składa i rozkłada siły działające wzdłuż prostych nierównoległych. 3.1) oblicza pracę siły na danej drodze.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia różnicy prac  $W_1$  i  $W_2$  **oraz** prawidłowa postać wzoru (równoważna poniższej):

$$W_1 - W_2 = \mu m g h \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na pracę siły  $\vec{F}$  **oraz** prawidłowa postać tego wzoru, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_1 = (\mu m g \cos \alpha + m g \sin \alpha) \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

LUB

– zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć pracę  $W_1$  jako iloczynu wartości  $F$  siły i drogi  $s$  przebytej wzdłuż równi **oraz** wyrażenie tej drogi poprzez  $\alpha$  i  $h$ , **oraz** zapisanie  $W_2$  jako  $mgh$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_1 = F \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \quad \text{oraz} \quad W_2 = mgh$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć pracę  $W_1$  jako iloczynu wartości  $F$  siły i drogi  $s$  przebytej wzdłuż równi **oraz** zapisanie  $W_2$  jako  $mgh$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_1 = F \cdot s \quad \text{oraz} \quad W_2 = mgh$$

LUB

– zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć pracę siły  $\vec{F}$  jako

$$W_1 = \frac{Fh}{\sin \alpha}$$

LUB

– zapisanie wartości siły  $\vec{F}$  jako

$$F = F_g \sin \alpha + \mu F_g \cos \alpha$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia różnicy prac  $W_1$  i  $W_2$  **oraz** prawidłowa postać tego wzoru (równoważna poniższej):

$$W_1 - W_2 = \mu m g h \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

2 pkt – zauważenie i zapisanie, że różnica prac  $W_1 - W_2$  jest równa pracy przeciwko sile tarcia **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły tarcia z uwzględnieniem składowej siły grawitacji prostopadłej do równi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$W_1 - W_2 = W_{F_t} \quad \text{oraz} \quad F_t = \mu m g \cos \alpha$$

1 pkt – zauważenie i zapisanie, że różnica prac  $W_1 - W_2$  jest równa pracy przeciwko sile tarcia

$$W_1 - W_2 = W_{F_t}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Przykładowe pełne rozwiązanie

### Sposób 1.

Zapiszemy wzór pozwalający obliczyć pracę  $W_1$  siły  $\vec{F}$ , wykonaną podczas wciągania klocka po równi na wysokość  $h$  ruchem jednostajnym:

$$1) \quad W_1 = F s$$

Siła  $\vec{F}$  równoważy siłę wypadkową siły reakcji równi i siły grawitacji (składową siły grawitacji styczną do równi) oraz siły tarcia, zatem jej wartość dana jest wzorem:

$$2) \quad F = F_t + F_{rg} = \mu m g \cos \alpha + m g \sin \alpha$$

Droga, jaką pokonał klocek podczas przemieszczenia wzdłuż równi wynosi:

$$3) \quad s = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Wyrażenia 2) i 3) podstawimy do wyrażenia 1):

$$4) \quad W_1 = (\mu m g \cos \alpha + m g \sin \alpha) \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = m g h (\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1)$$

Zapiszemy wzór pozwalający obliczyć pracę  $W_2$  przeciwko sile grawitacji, wykonaną podczas podnoszenia klocka ruchem jednostajnym pionowo do góry na wysokość  $h$ :

$$5) \quad W_2 = m g h$$

Obliczymy różnicę prac ( $W_1 - W_2$ ):

$$6) \quad W_1 - W_2 = m g h (\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1) - m g h = \mu m g h \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

### Sposób 2.

Zauważmy, że różnica prac  $W_1 - W_2$  jest równa pracy przeciwko sile tarcia (ponieważ praca przeciwko sile grawitacji nie zależy od drogi i w obu przypadkach jest taka sama):

$$1) \quad W_1 - W_2 = W_{F_t}$$

Pracę przeciwko sile tarcia opisuje wyrażenie:

$$2) \quad W_{F_t} = F_t s$$

Wartość siły tarcia związana jest z siłą nacisku na równię i współczynnikiem tarcia:

$$3) \quad F_t = \mu m g \cos \alpha$$

Wyrażenia w punktach 2) i 3) podstawimy do 1):

$$4) \quad W_1 - W_2 = F_t s = \mu m g \cos \alpha \cdot s$$

Droga, jaką pokonał klocek podczas przemieszczenia wzdłuż równi, wynosi:

$$5) \quad s = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Ostatecznie otrzymujemy

$$6) \quad W_1 - W_2 = F_t s = \mu m g \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = \mu m g h \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

**Zadanie 4.1. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych), podaje przykłady takiego ruchu; 6.3) oblicza okres drgań ciężarka na sprężynie [...]; 6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

**Zadanie 4.2. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024</b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 6.1) analizuje ruch pod wpływem sił sprężystych (harmonicznych), podaje przykłady takiego ruchu; 6.3) oblicza okres drgań ciężarka na sprężynie [...]; 6.4) interpretuje wykresy zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w ruchu drgającym.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 4.3. (0–4)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 3.2) oblicza wartość energii kinetycznej [...]; 3.5) stosuje zasadę [...] zachowania pędu do opisu zderzeń [...] niesprężystych. 6.5) stosuje zasadę zachowania energii w ruchu drgającym, opisuje przemiany energii kinetycznej i potencjalnej w tym ruchu.

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznych **oraz** prawidłowy wynik liczbowy.

3 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 2 pkt) wyprowadzenia wyrażenia pozwalającego obliczyć iloraz energii kinetycznych tylko za pomocą masy klocka i masy kulki **oraz** prawidłowa postać tego wyrażenia (zapisana za pomocą symboli albo liczb), równoważna poniższej:

$$[\text{poprawna metoda}] \rightarrow \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{(m_k + m_p)}{m_p} \cdot \left(\frac{m_p}{m_p + m_k}\right)^2$$

albo

$$[\text{poprawna metoda}] \rightarrow \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{200}{50} \cdot \left(\frac{50}{200}\right)^2$$

2 pkt – zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć iloraz energii kinetycznych **oraz** poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu z uwzględnieniem masy klocka, masy kulki, prędkości kulki przed zderzeniem i prędkości klocka po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{\frac{1}{2}(m_k + m_p)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m_p v_{przed}^2} \quad \text{oraz} \quad m_p v_{przed} = (m_p + m_k)v_{po}$$

albo

$$\frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot v_{po}^2}{\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v_{przed}^2} \quad \text{oraz} \quad \frac{v_{po}}{v_{przed}} = \frac{50}{200}$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia lub wyrażen pozwalających obliczyć iloraz energii kinetycznych z uwzględnieniem masy klocka, masy kulki, prędkości kulki przed zderzeniem i prędkości klocka po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{\frac{1}{2}(m_k + m_p)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m_p v_{przed}^2} \quad \text{albo} \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot v_{po}^2}{\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v_{przed}^2}$$

**LUB**

- poprawne zapisanie/wykorzystanie zasady zachowania pędu układu z uwzględnieniem masy klocka, masy kulki, prędkości kulki przed zderzeniem i prędkości klocka po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_p v_{przed} = (m_p + m_k) v_{po}$$

albo

$$50 \text{ g} \cdot v_{przed} = 200 \text{ g} \cdot v_{po} \quad \text{albo} \quad \frac{v_{po}}{v_{przed}} = \frac{50}{200}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wyrażenie pozwalające obliczyć iloraz energii kinetycznych:

$$1) \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{\frac{1}{2}(m_k + m_p)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m_p v_{przed}^2} = \frac{(m_k + m_p)}{m_p} \cdot \frac{v_{po}^2}{v_{przed}^2}$$

W tym celu należy wyznaczyć prędkość kulki przed zderzeniem – albo iloraz prędkości po i przed zderzeniem. Skorzystamy więc z zasady zachowania pędu. Pęd układu przed zderzeniem jest równy pędowi układu po zderzeniu:

$$2) \quad \vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po}$$

$$3) \quad m_p v_{przed} = (m_p + m_k) v_{po}$$

$$4) \quad \frac{v_{po}}{v_{przed}} = \frac{m_p}{(m_p + m_k)}$$

Prędkość wyznaczoną w równaniu 4) podstawimy do wyrażenia 1):

$$5) \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{(m_k + m_p)}{m_p} \frac{v_{po}^2}{v_{przed}^2}$$

$$6) \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{(m_k + m_p)}{m_p} \cdot \left( \frac{m_p}{m_p + m_k} \right)^2$$

$$7) \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{m_p}{m_p + m_k} \rightarrow 8) \quad \frac{E_{kin\ po}}{E_{kin\ przed}} = \frac{50 \text{ g}}{50 \text{ g} + 150 \text{ g}} = 0,25$$

**Zadanie 5.1. (0–1)**

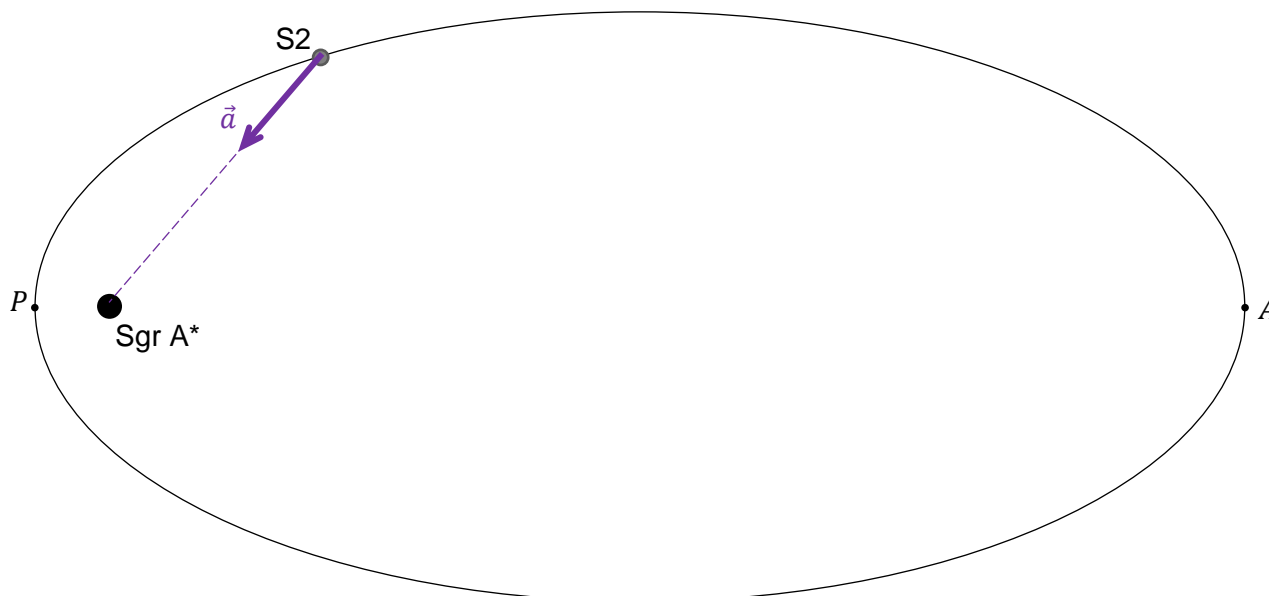
Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.</p> <p>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.</p>	<p>Zdający:</p> <p>1.1) rozróżnia wielkości wektorowe od skalarnych [...];</p> <p>1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona.</p> <p>4.3) oblicza wartość i kierunek pola grawitacyjnego na zewnątrz ciała sferycznie symetrycznego.</p>

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne narysowanie wektora przyspieszenia  $\vec{a}$  środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu (wektor ma być zaczepiony w S2 i skierowany wzdłuż odcinka łączącego S2 z Sgr A\* w stronę Sgr A\*).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązanie**





**Zadanie 5.2. (0–2)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024</b>	
<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.  III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 4.8) oblicza okresy obiegu planet i ich średnie odległości od gwiazdy, wykorzystując III prawo Keplera dla orbit kołowych; 4.9) oblicza masę ciała niebieskiego na podstawie obserwacji ruchu jego satelity.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu  $\frac{M_{SA}}{M_S}$  **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zastosowanie wzoru podanego w informacji do zadań 5.2–5.3. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A\* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca **oraz** poprawne obliczenie długości półosi wielkiej orbity S2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2 \quad \text{oraz} \quad a = \frac{1}{2}(r_P + r_A) = 970 \text{ au}$$

albo (z wykorzystaniem wartości dla ruchu orbitalnego Ziemi)

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{(1 \text{ rok})^2}{(1 \text{ au})^3} \quad \text{oraz} \quad a = 970 \text{ au}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Zastosujemy wzór podany w informacji do zadań 5.2.–5.3. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A\* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca.

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2$$

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. obliczymy  $a$  jako:

$$a = \frac{1}{2}|PA| = \frac{1}{2}(r_P + r_A) \rightarrow a = \frac{1}{2} \cdot (1820 + 120) \text{ au} = 970 \text{ au}$$

Zatem:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{970 \text{ au}}{1 \text{ au}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1 \text{ rok}}{16 \text{ lat}}\right)^2 \approx 3,6 \cdot 10^6$$

Masa obiektu Sgr A\* jest około  $3,6 \cdot 10^6$  razy większa od masy Słońca.

**Zadanie 5.3. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.6) (P) [...] wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, wyznacza zależność okresu ruchu od promienia orbity (stosuje III prawo Keplera). 4.1) wykorzystuje prawo powszechnego ciążenia do obliczenia siły oddziaływań grawitacyjnych między masami punktowymi i sferycznie symetrycznymi; 4.9) oblicza masę ciała niebieskiego na podstawie obserwacji ruchu jego satelity.

**Zasady oceniania**

- 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na iloraz mas centrów grawitacyjnych, poprawne przekształcenia **oraz** poprawna postać ilorazu – zgodna z podaną w treści zadania.
- 2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia lub bezpośrednio zapisanie (np. na mocy III prawa Keplera z wyrażeniem zawierającym stałe) jednego poprawnego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę centrum grawitacyjnego jedynie na podstawie odpowiednich stałych, promienia  $a$  orbity kołowej i okresu  $T$  obiegu ciała dookoła tego centrum, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left( m_i \frac{v_i^2}{a_i} = \frac{Gm_i M_i}{a_i^2} \quad \text{oraz} \quad v_i = \frac{2\pi a_i}{T_i} \right) \rightarrow [\text{przekształcenia}] \rightarrow M_i = \frac{4\pi^2 a_i^3}{G T_i^2}$$

LUB

- zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzą następujące proporcje o tym samym współczynniku proporcjonalności:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} \propto \text{const} \cdot M_1 \quad \text{oraz} \quad \frac{a_2^3}{T_2^2} \propto \text{const} \cdot M_2$$

- 1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na ciało  $C_1$  (lub  $C_2$ ) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyspieszenie dośrodkowe jako przyspieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyspieszenia), np. zapisy równoważne poniższym

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{Gm_1 M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad m_1 \omega_1^2 a_1 = \frac{Gm_1 M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad \omega_1^2 a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2}$$

LUB

- skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną ciała  $C_1$  (lub  $C_2$ ) **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity, np. zapisy równoważne poniższym

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}} \quad \text{oraz} \quad v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$$

LUB

– zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzi proporcja:

$$\frac{a^3}{T^2} \propto M$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób 1.

Wyznamy związek między masą  $M_1$  centrum grawitacyjnego a okresem  $T_1$  obiegu (dookoła tego centrum) ciała  $C_1$  po orbicie kołowej i promieniem  $a_1$  tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{G m_1 M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość ciała  $C_1$  w ruchu jednostajnym po okręgu:  $v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$  i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez masę ciała  $m_1$ .

Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę  $M_1$  centrum grawitacyjnego:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{2\pi a_1}{T_1}\right)^2}{a_1} &= \frac{G M_1}{a_1^2} & \rightarrow & \quad \frac{4\pi^2 a_1}{T_1^2} = \frac{G M_1}{a_1^2} \\ M_1 &= \frac{4\pi^2 a_1^3}{G T_1^2} \end{aligned}$$

Analogicznie wyznaczymy masę  $M_2$  drugiego centrum grawitacyjnego:

$$M_2 = \frac{4\pi^2 a_2^3}{G T_2^2}$$

Wyznamy iloraz mas obu centrów grawitacyjnych:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{4\pi^2 a_1^3}{G T_1^2}}{\frac{4\pi^2 a_2^3}{G T_2^2}} = \frac{\frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{a_1^3}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{a_2^3} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

#### Sposób 2.

Wyznamy związek między masą  $M_1$  centrum grawitacyjnego a okresem  $T_1$  obiegu (dookoła tego centrum) ciała  $C_1$  po orbicie kołowej i promieniem  $a_1$  tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące przyspieszenie dośrodkowe ciała  $C_1$  na orbicie, jako przyspieszenie grawitacyjne:

$$\omega_1^2 a_1 = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość kątową ciała  $C_1$  w ruchu jednostajnym po orbicie kołowej:  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ .

Następnie wyznaczmy masę  $M_1$  centrum grawitacyjnego:

$$\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{T_1^2} = \frac{GM_1}{a_1^3} \quad \rightarrow \quad M_1 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Iloraz mas obu centrów grawitacyjnych obliczamy podobnie jak w sposobie 1.

### Zadanie 6.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 5.1) wyjaśnia założenia gazu doskonałego i stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu; 5.2) opisuje przemianę [...] izobaryczną i izochoryczną; 5.4) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelwina a średnią energią kinetyczną cząsteczek.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Pełne rozwiązanie

PP

### Zadanie 6.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 5.5) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki, odróżnia przekaz energii w formie pracy od przekazu energii w formie ciepła; 5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

#### Pełne rozwiązanie

A2

**Zadanie 6.3. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 5.5) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki, odróżnia przekaz energii w formie pracy od przekazu energii w formie ciepła; 5.6) oblicza zmianę energii wewnętrznej w przemianach izobarycznej i izochorycznej oraz pracę wykonaną w przemianie izobarycznej; 5.7) posługuje się pojęciem ciepła molowego w przemianach gazowych; 5.8) analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).

2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, **oraz** wykorzystanie związku między  $C_V$  a  $C_p$ , np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$n \frac{3}{2} R \Delta T_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n \frac{5}{2} R \Delta T_2$$

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n C_p \Delta T_2$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym (konsekwentnym) uwzględnieniem konwencji znaków **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad \Delta U_2 = n C_V \Delta T_2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).
- 2 pkt – zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** wykorzystanie związku między  $C_V$  a  $C_p$ , np. zapisy:

$$|W_2| = nR|\Delta T_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n\frac{5}{2}R\Delta T_2$$

LUB

- zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym (konsekwentnym) uwzględnieniem konwencji znaków, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury:

$$|W_2| = nR|\Delta T_2| \quad \text{oraz} \quad n\frac{3}{2}R\Delta T_2 = |Q_2| - |W_2|$$

- 1 pkt – zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$|W_2| = p_2|\Delta V_2| \quad \text{oraz} \quad p_2\Delta V_2 = nR\Delta T_2$$

albo

$$|W_2| = nR|\Delta T_2|$$

LUB

- zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy:

$$|W_2| = p_2|\Delta V_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = nC_p\Delta T_2$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

## Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z zastosowaniem I zasady termodynamiki)

Zapiszemy I zasadę dynamiki dla drugiej przemiany. Przyjmujemy konwencję, zgodnie z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem plus. W drugiej przemianie gaz pobiera ciepło, siła parcia wykonuje pracę, przyrost energii wewnętrznej jest dodatni (temperatura rośnie proporcjonalnie do objętości), zatem (indeks dolny 2 oznacza wielkości w drugiej przemianie):

$$1) \quad |\Delta U_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między temperaturą (w tym przypadku przyrostem temperatury) a energią wewnętrzną (w tym przypadku przyrostem energii wewnętrznej) gazu doskonałego

$$2) \quad \frac{3}{2}nR|\Delta T_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem  $Q_2$  pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem  $\Delta T_2$  temperatury w tej przemianie:

$$3) \quad Q_2 = \frac{5}{2} nR \Delta T_2 \quad \rightarrow \quad 4) \quad \Delta T_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 4) podstawimy do wzoru 2):

$$5) \quad \frac{3}{2} nR \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot |Q_2| = |Q_2| - |W_2|$$

$$6) \quad \frac{3}{5} |Q_2| = |Q_2| - |W_2| \quad \rightarrow \quad |W_2| = \frac{2}{5} |Q_2| = \frac{2}{5} \cdot 100 \text{ J} = 40 \text{ J}$$

### Sposób 2. (z zastosowaniem wzoru na pracę siły parcia)

Zapišemy wzór na pracę w przemianie izobarycznej (indeks dolny 2 oznacza wielkość w drugiej przemianie):

$$1) \quad |W_2| = p_2 |\Delta V_2|$$

Przyrost objętości wyznaczmy z równania stanu gazu doskonałego, przy stałym ciśnieniu

$$2) \quad p_2 \Delta V_2 = nR \Delta T_2$$

Zależność otrzymaną w 2) podstawimy do równania 1):

$$3) \quad |W_2| = nR |\Delta T_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem  $Q_2$  pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem  $\Delta T_2$  temperatury w tej przemianie:

$$4) \quad Q_2 = \frac{5}{2} nR \Delta T_2 \quad \rightarrow \quad 5) \quad \Delta T_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 5) podstawimy do wzoru 3):

$$6) \quad |W_2| = nR \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot |Q_2| \quad \rightarrow \quad |W_2| = \frac{2}{5} |Q_2| = \frac{2}{5} \cdot 100 \text{ J} = 40 \text{ J}$$

### Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.</p> <p>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.</p>	<p>Zdający:</p> <p>1.14) oblicza parametry ruchu jednostajnego po okręgu; opisuje wektory prędkości i przyspieszenia dośrodkowego.</p> <p>9.3) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu magnetycznym.</p>

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

### Pełne rozwiązanie

PFF

### Zadanie 7.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 1.8) wyjaśnia ruch ciał na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona. 3.1) oblicza pracę siły na danej drodze; 3.3) wykorzystuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczania parametrów ruchu. 9.3) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu magnetycznym.
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	

### Zasady oceniania

2 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na zasady dynamiki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

(1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*

(2) *Zgodnie z II zasadą dynamiki, siła, która jest prostopadła do prędkości nie zmienia wartości tej prędkości.*

**albo**

(1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*

(2) *Zgodnie z II zasadą dynamiki wartość prędkości się nie zmienia, ponieważ składowa siły w kierunku prędkości jest równa zero.*

**LUB**

– powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na twierdzenie o pracy i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

(1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*

(2) *Praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero, zatem zmiana energii kinetycznej jest równa zero.*

**LUB**



- poprawne wyprowadzenie wzoru na wartość prędkości protonu na jednym z półokręgów **oraz** powołanie się na warunki zadania, że wartość indukcji pola magnetycznego na danym półokręgu jest stała, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{AF}^2}{r_{AF}} = qv_{AF}B_{AF} \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m}$$

*Ponieważ  $B_{AF}$  jest stałe na półokręgu AF, to  $v_{AF}$  też jest stała, co wynika ze wzoru.*

*Podobnie na każdym innym półokręgu.*

- 1 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton: zapisanie, że siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki

LUB

- zapisanie, że siła Lorentza działająca na proton pełni rolę siły dośrodkowej (słownie lub za pomocą wzoru, i brak wnioskowania o tym, co z tego wynika)

LUB

- stwierdzenie, że siła Lorentza / pole magnetyczne nie wykonuje pracy (i brak powołania się na związek pomiędzy pracą i zmianą energii kinetycznej).

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający nie powoła się na warunki zadania, tylko stałą wartość pola będzie wykazywał na podstawie błędnego w tym przypadku wzoru (np.  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ), to może otrzymać co najwyżej 1 pkt.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób 1.

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z II zasadą dynamiki siła, która jest prostopadła do prędkości, nie zmienia tej prędkości w kierunku stycznym do toru (rzut siły na kierunek styczny do toru w danym punkcie jest równy zero – siła prostopadła do prędkości nie ma składowej w kierunku prędkości).

#### Sposób 2.

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z definicją pracy praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero. Z drugiej strony, praca siły wypadkowej działającej na ciało jest równa zmianie energii kinetycznej tego ciała. Zatem, skoro praca siły Lorentza działającej na cząstkę jest równa zero, to i zmiana energii kinetycznej cząstki jest równa zero. To oznacza, że wartość prędkości cząstki jest stała.

#### Sposób 3.

$$W_{F_L} = 0 \quad \text{oraz} \quad W_{F_{wyp}} = \Delta E_{kin} \quad \rightarrow \quad \Delta E_{kin} = 0 \quad \text{czyli} \quad E_{kin} = \text{const}$$

#### Sposób 4.

$$\frac{mv_i^2}{r_i} = qv_i B_i \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_i r_i}{m}$$

Ponieważ na każdym z półokręgów wartość indukcji pola magnetycznego jest stała i promień danego półokręgu jest stały, to iloczyn  $B_i r_i$  na  $i$ -tym półokręgu też jest stały. Zatem

$$v_i = \frac{qB_i r_i}{m} = \text{const}$$

**Zadanie 7.3. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 1.2) (P) opisuje zależności między siłą dośrodkową a masą, prędkością liniową i promieniem oraz wskazuje przykłady sił pełniących rolę siły dośrodkowej.
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.	9.3) analizuje ruch cząstki naładowanej w stałym jednorodnym polu magnetycznym.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości wektora indukcji magnetycznej podczas ruchu protonu po półokręgu  $CD$  **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości w funkcji  $B$  i  $r$  **oraz** zapisanie równości wynikającej z przyrównania wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgach  $AF$  i  $CD$ , np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m}$$

albo

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \quad \rightarrow \quad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę Lorentza jako siłę dośrodkową **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Zapiszemy równanie wynikające z faktu, że siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej, następnie wyznaczmy prędkość ruchu protonu:

$$1) \quad \frac{mv^2}{r} = qvB \quad \rightarrow \quad 2) \quad v = \frac{qBr}{m}$$

Wykorzystamy fakt, że wartość prędkości protonu się nie zmienia. To oznacza, że wartość prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu  $AF$  jest równa wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu  $CD$ . Zatem na mocy równania 2) mamy:

$$3) \quad \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m} \quad \rightarrow \quad 4) \quad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

Na podstawie danych (z rysunku i treści) obliczamy promienie półokręgów:

$$5) \quad r_{AF} = \frac{3}{4}|AD| = \frac{3}{4} \text{ m} \quad r_{CD} = \frac{1}{4}|AD| = \frac{1}{4} \text{ m}$$

Obliczone w pkt 5) promienie oraz dane z treści zadania podstawimy do równania 4):

$$6) \quad 0,2 \text{ T} \cdot \frac{3}{4} \text{ m} = B_{CD} \cdot \frac{1}{4} \text{ m} \quad \rightarrow \quad B_{CD} = 0,6 \text{ T}$$

**Zadanie 8.1. (0–2)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.	Zdający: 4.9) (G) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego [...].
II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.	12.4) interpoluje, ocenia orientacyjnie wartość pośrednią (interpolowaną) między danymi w tabeli, także za pomocą wykresu;
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	12.8) przedstawia własnymi słowami główne tezy poznanego artykułu popularnonaukowego z dziedziny fizyki lub astronomii.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia temperaturowego współczynnika oporu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (za prawidłowy uznaje się wynik, który da się zaokrąglić do  $5 \cdot 10^{-3}$  1/K).

1 pkt – zapisanie współczynnika  $\alpha$  jako ilorazu: przyrostu stosunku oporów i przyrostu temperatury (np. jak w sposobie 1.) – w zakresie temperatur do 1000 K – **oraz** poprawne określenie  $\frac{R}{R_0}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{\frac{R(T)}{R_0} - 1}{T - T_0} \quad \text{oraz np. dla } T = 1000 \text{ K} \quad \frac{R(1000 \text{ K})}{R_0} = 4,5$$

LUB

– zapisanie współczynnika  $\alpha$  jako ilorazu: przyrostu oporów i iloczynu przyrostu temperatury i  $R_0$  (np. jak w sposobie 2.) – w zakresie temperatur do 1000 K – **oraz** poprawne określenie  $R(T)$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{R(T) - R_0}{R_0 \cdot (T - T_0)} \quad \text{oraz np. dla } T = 1000 \text{ K} \quad R(1000 \text{ K}) = 65 \Omega \cdot 4,5$$

LUB

– zapisanie współczynnika  $\alpha$  jako współczynnika kierunkowego prostej narysowanej przerywaną kreską (np. jak w sposobach 3. i 4.) – w dowolnym zakresie temperatur – **oraz** podstawienie prawidłowych współrzędnych punktów tej prostej do wzoru na współczynnik kierunkowy.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Na podstawie wykresu stwierdzamy, że w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K zależność oporu wolframu od temperatury ma w przybliżeniu charakter liniowy, zatem w tym zakresie temperatur możemy stosować wzór do wyznaczania oporu włókna żarówki:

$$1) \frac{R}{R_0} = 1 + \alpha \Delta T \quad \text{gdzie} \quad R_0 = R(T_0), \quad \Delta T = T - T_0, \quad T_0 = 300 \text{ K}$$

oraz  $\alpha$  jest temperaturowym współczynnikiem oporu.

Sposób 1. obliczenia  $\alpha$  (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu  $\frac{R}{R_0}(T)$ )

Ze wzoru 1) wyznaczmy współczynnik  $\alpha$ :

$$2) \frac{R}{R_0} - 1 = \alpha \Delta T \quad \rightarrow \quad 3) \alpha = \frac{\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)}{T - T_0}$$

Współczynnik  $\alpha$  obliczymy ze wzoru 3). W tym celu odczytamy wartość  $\frac{R}{R_0}$  z wykresu dla wybranej temperatury z zakresu przybliżenia liniowego, np.:

$$\text{dla } T = 900 \text{ K} \quad \text{mamy:} \quad \frac{R(900 \text{ K})}{R_0} \approx 4$$

Te wartości podstawimy do wzoru 3):

$$4) \alpha \approx \frac{4 - 1}{900 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{3}{600 \text{ K}} = 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Sposób 2. obliczenia  $\alpha$  (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu  $\frac{R}{R_0}(T)$ )

Współczynnik  $\alpha$  obliczymy ze wzoru 1), gdzie  $R_0 \approx 65 \Omega$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ :

$$2) \alpha \approx \frac{R(T) - R_0}{R_0(T - T_0)}$$

Wzór ten możemy stosować do 1000 K (gdy odczytujemy wartości z wykresu a nie z prostej). Zatem:

$$\text{dla } T = 1000 \text{ K} \quad \text{odczytujemy, że} \quad \frac{R(1000 \text{ K})}{R_0} = 4,5 \quad \text{zatem}$$

$$R(1000 \text{ K}) = 4,5 \cdot 65 \Omega = 292,5 \Omega$$

Powyższe wartości podstawiamy do równania 2):

$$3) \alpha \approx \frac{292,5 \Omega - 65 \Omega}{65 \Omega \cdot (1000 \text{ K} - 300 \text{ K})} = \frac{227,5 \Omega}{45 500 \Omega \cdot \text{K}} = 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Sposób 3. obliczenia  $\alpha$  (gdy zdający odczytuje wartości z prostej)

Współczynnik  $\alpha$  jest równy współczynnikowi kierunkowemu  $a$  prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K), zatem z dowolnych punktów tej prostej, np.: (300 K, 1) i (3 200 K, 15), mamy:

$$\alpha = a = \frac{\Delta(\text{rzędnych})}{\Delta(\text{odciętych})}$$

$$a = \frac{15 - 1}{3200 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{14}{2 900 \text{ K}} = 0,00482 \dots \frac{1}{\text{K}} \approx 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

**Sposób 4. obliczenia  $\alpha$  (gdy zdający odczytuje wartość z prostej i stosuje wzór)**

Współczynnik  $\alpha$  jest równy współczynnikowi kierunkowemu  $a$  prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K). Zatem można skorzystać ze wzoru 1) z zastrzeżeniem, że poza zakresem przybliżenia liniowego  $\frac{R}{R_0}$  nie jest już ilorazem rzeczywistego oporu  $R$  i  $R_0$ , tylko jest po prostu rzędną  $\frac{R_{prosta}}{R_0}$  punktu leżącego na prostej:

$$\alpha = a = \frac{\left(\frac{R_{prosta}}{R_0} - 1\right)}{T - T_0}$$

Dla  $T = 3200$  K rzędna punktu na prostej wynosi  $\frac{R_{prosta}}{R_0} = 15$ , zatem:

$$\alpha = a = \frac{15 - 1}{3200 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{14}{2900 \text{ K}} \approx 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

**Zadanie 8.2. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników. III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków. I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 8.6) oblicza pracę wykonaną podczas przepływu prądu przez różne elementy obwodu oraz moc rozproszoną na oporze. 12.4) interpoluje, ocenia orientacyjnie wartość pośrednią (interpolowaną) między danymi w tabeli, także za pomocą wykresu.

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką, zawartej w przedziale od 2500 K do 2650 K.

2 pkt – poprawne obliczenie oporu włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości ilorazu  $\frac{R}{R_0}$  dla włókna żarówki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$R = \frac{(230 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} \approx 882 \Omega \quad \text{oraz} \quad \frac{R}{R_0} \approx 13,6$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia oporu włókna żarówki (tzn. zastosowanie związku między mocą znamionową a napięciem znamionowym i oporem) z błędem rachunkowym w obliczeniach **oraz** poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki (tzn. poprawne odczytanie z wykresu temperatury dla wyznaczonego oporu):

$$R = \frac{U_z^2}{P} \approx [\dots] \Omega \quad \text{oraz} \quad T = [\text{poprawnie odczytane do wyznaczonego } \frac{R}{R_0}]$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu włókna **oraz** doprowadzenie do wyrażenia pozwalającego obliczyć opór włókna np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$P_z = U_z I_z \quad \text{oraz} \quad U_z = I_z R \quad \rightarrow \quad R = \frac{U_z}{\left(\frac{P_z}{U_z}\right)}$$

albo (od razu w jednym zapisie)

$$R = \frac{U_z^2}{P_z}$$

LUB

– strategia rozwiązania (wynikająca z zapisów albo opisana słownie) polegająca na dążeniu do obliczenia  $\frac{R}{R_0}$  **oraz** wyznaczenia temperatury poprzez odczytanie z wykresu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór na moc wydzieloną na oporniku oraz związek między oporem opornika a natężeniem prądu przepływającego przez opornik i napięciem na oporniku. Zależności te zastosujemy do wyznaczenia oporu włókna przy zadanych parametrach znamionowych:

$$1) P_z = U_z I_z \quad \text{oraz} \quad 2) U_z = I_z R \quad \rightarrow \quad 3) P_z = \frac{U_z^2}{R}$$

Z równania w punkcie 3) wyznaczymy opór włókna żarówki:

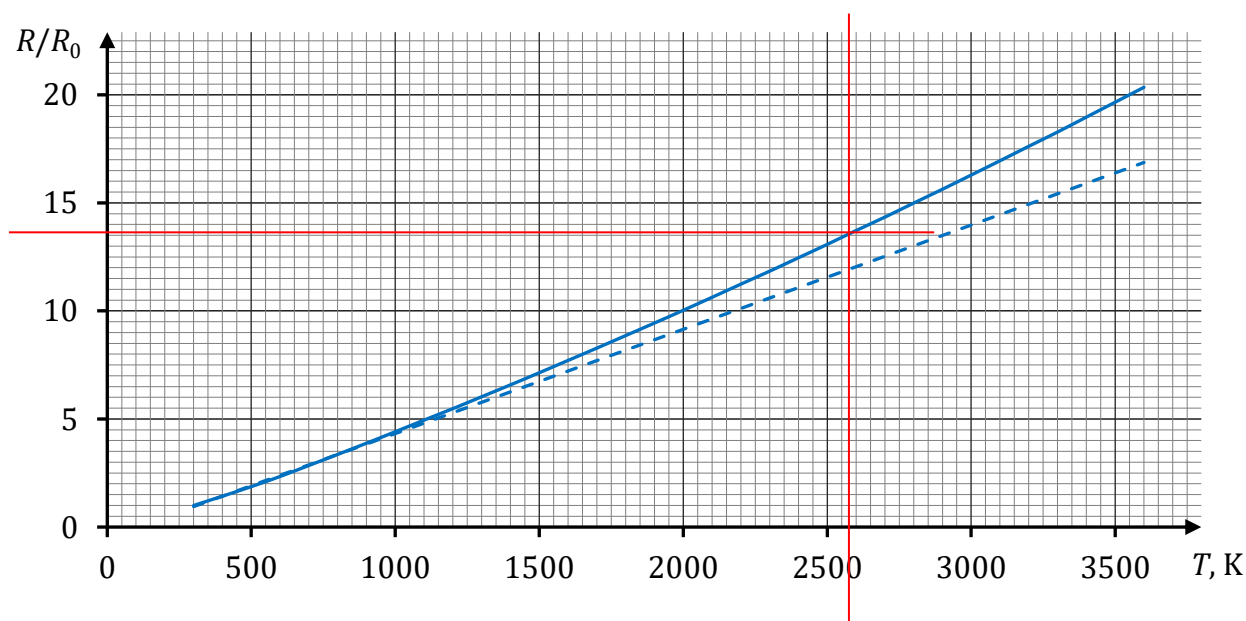
$$4) R = \frac{U_z^2}{P_z} \quad \rightarrow \quad 5) R = \frac{(230 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} \approx 882 \Omega$$

Obliczymy iloraz oporu  $R$  i  $R_0$ :

$$6) \frac{R}{R_0} \approx \frac{882 \Omega}{65 \Omega} \approx 13,6$$

Odczytamy z wykresu temperaturę, dla której iloraz oporów ma wartość 13,6:

$$7) \frac{R}{R_0} \approx 13,6 \quad \text{dla} \quad T \approx 2550 \text{ K (albo } T \approx 2570 \text{ K)}$$



**Zadanie 8.3. (0–2)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.  III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.	Zdający: 8.2) oblicza opór przewodnika, znając jego opór właściwy i wymiary geometryczne.

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości drutu wolframowego **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – zastosowanie zależności między oporem przewodnika a jego wymiarami (z poprawną identyfikacją pola przekroju i długości przewodnika) i oporem właściwym **oraz** poprawna identyfikacja wartości oporu w  $T_0 = 300$  K.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Zastosujemy zależność między oporem przewodnika a jego wymiarami i oporem właściwym:

$$R_0 = \rho_0 \cdot \frac{l}{S}$$

$$l = \frac{R_0 S}{\rho_0} \approx \frac{65 \, \Omega \cdot 3,14 \cdot 15^2 \cdot 10^{-6,2} \, \text{m}^2}{5,6 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}} \approx 8 \, 200 \cdot 10^{-4} \, \text{m} \approx 0,82 \, \text{m}$$

**Zadanie 9.1. (0–3)**

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 10.3) stosuje prawa odbicia i załamania fal do wyznaczenia biegu promieni w pobliżu granicy dwóch ośrodków.

**Zasady oceniania**

3 pkt – wypełnienie warunków **(a) oraz (b), oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.

2 pkt – wypełnienie warunków **(a) oraz (b)** opisanych w kryterium za 1 pkt

*LUB*

– wypełnienie warunków **(a) oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt

*LUB*

– wypełnienie warunków **(b) oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.

1 pkt – **(a)** poprawne narysowanie promienia odbitego w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta odbicia jako  $\gamma_{\text{odb}}$ , **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

$$\gamma_{\text{pad}} = \gamma_{\text{odb}}$$

*LUB*

– **(b)** poprawne narysowanie promienia załamane go w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako  $\gamma_{\text{zał}}$ , **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

$$\gamma_{\text{pad}} < \gamma_{\text{zał}}$$

*LUB*

– **(c)** poprawne narysowanie promienia załamane go w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako  $\gamma_{\text{zał}}$ , **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

$$\gamma_{\text{zał}} = \alpha$$

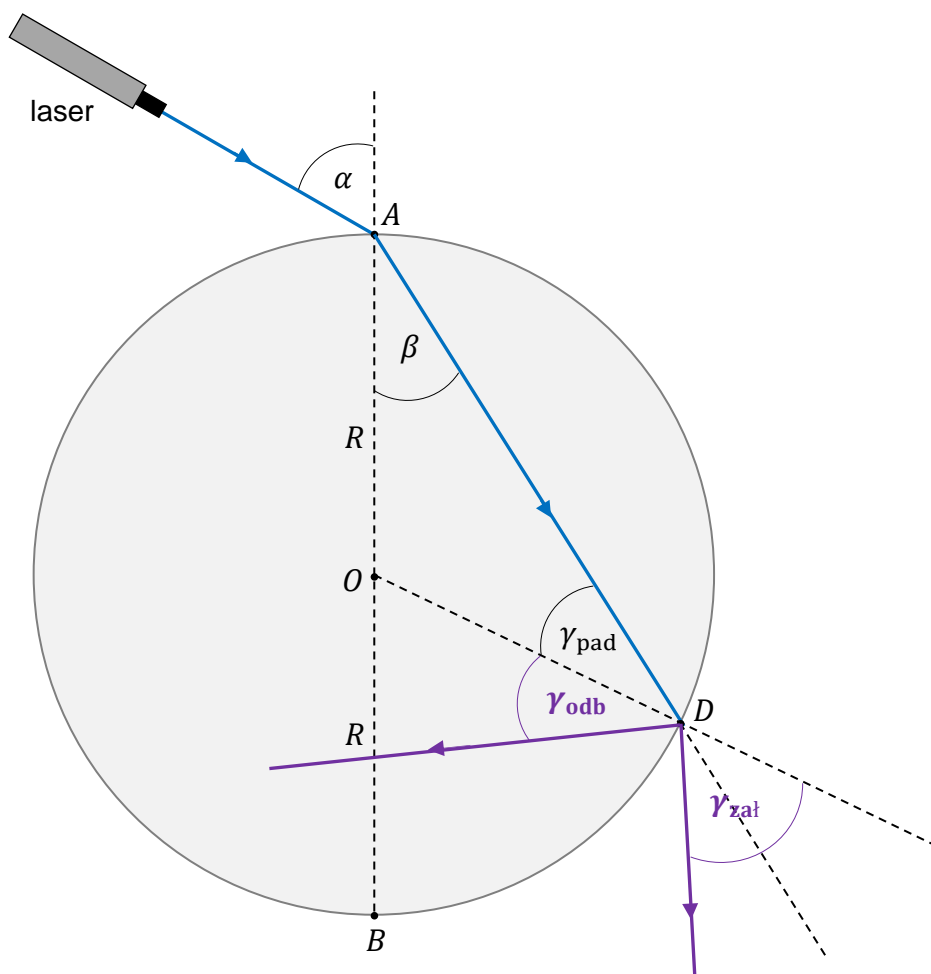
*LUB*

– **(d)** poprawne narysowanie promienia odbitego **oraz** załamane go (w tym przypadku nie uwzględnia się braków lub błędów w podpisaniu kątów i uzupełnieniu relacji).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.



## Pełne rozwiązanie



$$\gamma_{\text{pad}} = \gamma_{\text{odb}}$$

$$\gamma_{\text{pad}} < \gamma_{\text{zał}}$$

$$\gamma_{\text{zał}} = \alpha$$

## Zadanie 9.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
<p>V. Planowanie i wykonywanie prostych doświadczeń i analiza ich wyników.</p> <p>IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.</p> <p>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.</p>	<p>Zdający:</p> <p>10.3) stosuje prawa odbicia i załamania fal do wyznaczenia biegu promieni w pobliżu granicy dwóch ośrodków.</p>

### Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących:  
 $1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  lub  $1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku, tzn.: zapisanie wzoru (z prędkościami i kątami) wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków **oraz** zapisanie sinusów jako ilorazów długości odpowiednich boków albo zapisanie ilorazu sinusów jako ilorazu długości odpowiednich boków albo poprawne obliczenie wartości sinusów kątów  $\alpha$  i  $\beta$  (jakkolwiek), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \sin \alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \quad \text{oraz} \quad \sin \beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

albo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{|CB|}{|BD|}$$

albo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \sin \alpha \approx 0,87 \quad \text{oraz} \quad \sin \beta \approx 0,53$$

1 pkt – zapisanie wzoru wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków (wzoru z prędkościami i kątami), zgodnie z oznaczeniami podanymi w treści zadania, np. zapis:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{albo} \quad \left( \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{szk} \quad \text{oraz} \quad n_{szk} = \frac{c}{v} \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Uwaga dodatkowa

Jeśli zdający utożsamia (bezpodstawnie) miarę kąta  $\angle ABD$  z miarą kąta  $\angle BAC = \alpha$  albo stosuje bezpodstawny w tej sytuacji związek  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , a pozostałe elementy rozwiązania są poprawne, to może otrzymać co najwyżej 2 pkt.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór wynikający z prawa załamania światła na granicy ośrodków, zgodnie z oznaczeniami na rysunku 2.:

$$1) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}$$

gdzie  $v$  jest wartością prędkości światła w krążku. Sinusy obu kątów określimy na podstawie stosunków odpowiednich boków w trójkątach prostokątnych  $ABC$  i  $ABD$ . Zauważmy, że na mocy twierdzenia o kątach wierzchołkowych mamy  $\angle CAB = \alpha$ . Zatem:

$$2) \quad \sin \alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \quad \text{oraz} \quad \sin \beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

Związki zapisane w 2) podstawimy do 1):

$$3) \frac{\frac{|CB|}{|AB|}}{\frac{|BD|}{|AB|}} = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad \frac{|CB|}{|BD|} = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad 4) \quad v = \frac{|BD|}{|CB|} \cdot c$$

Do wzoru 4) podstawimy podane w treści zadania długości odcinków i wartość prędkości światła w próżni:

$$5) \quad v = \frac{4,8 \text{ cm}}{7,8 \text{ cm}} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Zadanie 10.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 4.1) (G) opisuje sposoby elektryzowania ciał przez tarcie i dotyk; wyjaśnia, że zjawisko to polega na przepływie elektronów; analizuje kierunek przepływu elektronów; 4.4) (G) stosuje zasadę zachowania ładunku elektrycznego.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

D

### Zadanie 10.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona. 4.2) (G) opisuje jakościowo oddziaływanie ładunków jednoimiennych i różnoimiennych.

#### Zasady oceniania

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości siły nacisku.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

### Rozwiązanie

Gdy druga piłeczka utrzymywała się w ustabilizowanej pozycji nad pierwszą piłeczką, to wartość siły nacisku pierwszej piłeczki na dno rurki, w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących, była równa .....**0,059**..... N.

### Zadanie 10.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Budowa prostych modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk.  I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.	Zdający: 1.4) (G) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona; 1.9) (G) posługuje się pojęciem siły ciężkości. 7.1) wykorzystuje prawo Coulomba do obliczenia siły oddziaływania elektrostatycznego między ładunkami punktowymi.

### Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia odległości  $x$  pomiędzy środkami piłeczek **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zapisanie wzoru na siłę oddziaływania pomiędzy piłeczkami wynikającego z prawa Coulomba z uwzględnieniem oznaczeń wielkości podanych w treści zadania **oraz** przyrównanie wartości siły elektrycznej do wartości siły grawitacji z uwzględnieniem wzoru na siłę grawitacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{el} = \frac{k \cdot q \cdot q}{x^2} \quad \text{oraz} \quad F_{el} = mg$$

1 pkt – zapisanie wzoru na siłę oddziaływania pomiędzy piłeczkami wynikającego z prawa Coulomba z uwzględnieniem oznaczeń wielkości podanych w treści zadania, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{el} = \frac{k \cdot q \cdot q}{x^2}$$

LUB

– przyrównanie wartości siły elektrycznej do wartości siły grawitacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{el} = F_g$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

Wartość siły oddziaływania pomiędzy piłeczkami jest taka, jak wartość siły oddziaływania pomiędzy ładunkami punktowymi umieszczonymi w środkach piłeczek. Zastosujemy wzór Coulomba na wartość siły pomiędzy ładunkami punktowymi:

$$1) \quad F_{el} = \frac{k \cdot q \cdot q}{x^2} \quad \text{zatem} \quad 2) \quad x = \sqrt{\frac{k \cdot q \cdot q}{F_{el}}}$$

Na drugą nieruchomą piłeczkę działa siła grawitacji skierowana w dół i siła elektryczna skierowana w górę (piłeczki odpychają się elektrycznie). Zgodnie z I zasadą dynamiki obie siły muszą się równoważyć, zatem:

$$3) \quad F_{el} = F_g \quad \rightarrow \quad 4) \quad F_{el} = mg$$

Równanie 4) podstawimy do równania 3):

$$5) \quad x = \sqrt{k \frac{q^2}{mg}}$$

$$6) \quad x = \sqrt{8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(200 \cdot 10^{-9} \text{ C})^2}{3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} =$$

$$\approx \sqrt{8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-7})^2}{29,43 \cdot 10^{-3} \text{ N}}} =$$

$$= \sqrt{1,2219 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} \approx 1,105 \cdot 10^{-1} \text{ m} \approx 11,1 \text{ cm}$$

### Zadanie 11.1. (0–1)

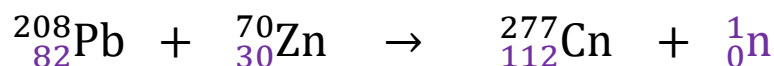
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.</p> <p>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.</p>	<p>Zdający:</p> <p>3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej;</p> <p>3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku [...].</p>

### Zasady oceniania

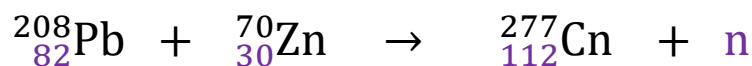
1 pkt – poprawne uzupełnienie równania reakcji: wpisanie właściwych liczb atomowych **oraz** symbolu lub nazwy powstałej cząstki.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

### Pełne rozwiązanie



albo



albo



**Zadanie 11.2. (0–2)**

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.</p> <p>II. Analiza tekstów popularnonaukowych i ocena ich treści.</p>	<p>Zdający:</p> <p>3.1) (P) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; podaje skład jądra atomowego na podstawie liczby masowej i atomowej;</p> <p>3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku [...].</p>

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne obliczenie liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa **oraz** zapisanie prawidłowej nazwy tego jądra.

1 pkt – prawidłowa metoda obliczenia liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa

*LUB*

– zapisanie prawidłowej nazwy powstałego jądra bez zapisania obliczeń liczby atomowej tego jądra.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

Zachodzi sześć kolejnych rozpadów  $\alpha$ , z których pierwszy jest rozpadem jądra  $^{277}\text{Cn}$ .

W każdym rozpadzie alfa powstaje nowe jądro oraz jądro helu  $^4_2\text{He}$ . Po szóstym rozpadzie powstaje jądro pierwiastka, który oznaczmy  $^A_Z\text{X}$ , gdzie:

$$A = 277 - 6 \cdot 4 = 253 \quad (\text{zapis opcjonalny})$$

$$Z = 112 - 6 \cdot 2 = 100$$

Nazwa lub symbol pierwiastka: ...*Ferm albo*  $^{253}_{100}\text{Fm}$  *albo* Fm

**Zadanie 11.3. (0–3)**

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>I. Znajomość i umiejętność wykorzystania pojęć i praw fizyki do wyjaśniania procesów i zjawisk w przyrodzie.</p> <p>III. Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci tekstu, tabel, wykresów, schematów i rysunków.</p>	<p>Zdający:</p> <p>3.2) (P) posługuje się pojęciami: energii spoczynkowej, deficytu masy i energii wiązania; oblicza te wielkości dla dowolnego pierwiastka układu okresowego;</p> <p>3.5) (P) opisuje reakcje jądrowe, stosując [...] zasadę zachowania energii.</p>

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra kopernik  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (w dżulach lub elektronowoltach), zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących. Uznaje się wyniki:

$$(3,20 \pm 0,05) \cdot 10^{-10} \text{ J} \quad \text{lub} \quad (2,00 \pm 0,03) \text{ GeV}$$

2 pkt – poprawne zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  a deficytem masy jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  oraz zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  oraz poprawne podstawienie danych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w \text{ Cn}} = (112 \cdot 1,672 \, 621 \, 92 + 165 \cdot 1,674 \, 927 \, 49 - 460,138 \, 852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,998^2 \cdot 10^{8 \cdot 2} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

**Uwaga!** Zdający może otrzymać 2 pkt niezależnie od zaokrąglenia, z jakim podstawia dane.

1 pkt – zidentyfikowanie energii potrzebnej do rozbicia jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  jako energii wiązania tego jądra oraz zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  a deficytem masy tego jądra, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w \text{ Cn}} = \Delta m_{\text{Cn}} c^2$$

LUB

– zapisanie deficytu masy jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  jako różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów tworzących to jądro a masą jądra  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$ , np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta m_{\text{Cn}} = 112m_p + 165m_n - m_{\text{Cn}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Energia  $E$ , jaką należy dostarczyć do jądra kopernik  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$ , aby rozbić je na poszczególne nukleony, jest równa energii wiązania tego jądra. Wykorzystamy związek pomiędzy energią wiązania a deficytem masy jądra kopernik  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$ :

$$E = E_{w \text{ Cn}} = \Delta m_{\text{Cn}} c^2$$

Jądro kopernik  ${}_{112}^{277}\text{Cn}$  ma 112 protonów i 165 neutronów, zatem:

$$E_{w \text{ Cn}} = (112m_p + 165m_n - m_{\text{Cn}})c^2$$

Podstawiamy odpowiednie wartości i wykonujemy obliczenia.

Ze względu na to, że nie znamy wyniku różnicy odpowiednich mas (w nawiasie powyżej), i nie wiemy ile cyfr znaczących będzie miał ten wynik, to do kalkulatora wprowadzamy dane z taką dokładnością, jaka jest podana w zadaniu i w *Wybranych wzorach i stałych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*.

#### Sposób 1. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Wynik zaokrąglamy na samym końcu. W ten sposób zachowamy właściwą czwartą cyfrę wyniku, potrzebną do zaokrąglenia do trzech cyfr znaczących:

$$\begin{aligned} E_{w \text{ Cn}} &\approx (112 \cdot 1,672\,621\,92 + 165 \cdot 1,674\,927\,49 - 460,138\,852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ &= (3,557\,838\,89) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 8,988\,004 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 31,977\,870\,174\,7 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 32,0 \cdot 10^{-11} \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_{w \text{ Cn}} \approx 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ J} \approx 2,00 \text{ GeV}$$

#### Sposób 2. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Pośrednie wyniki obliczeń zachowujemy zaokrąglone do czterech cyfr znaczących. Dzięki temu poprawnie zaokrąglimy wynik końcowy do trzech cyfr znaczących:

$$\begin{aligned} E_{w \text{ Cn}} &\approx (112 \cdot 1,672\,621\,92 + 165 \cdot 1,674\,927\,49 - 460,138\,852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ &\approx 3,558 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 8,988 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \approx 31,98 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 32,0 \cdot 10^{-11} \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_{w \text{ Cn}} \approx 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ J} \approx 2,00 \text{ GeV}$$