

**EGZAMIN  
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM  
W ROKU SZKOLNYM 2014/2015**

**CZEŚĆ 2.**

**MATEMATYKA**

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ  
ARKUSZ GM-M7**

**KWIECIEŃ 2015**

**Zadanie 1. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; [...].

**Rozwiązanie**

B

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 2. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek (jednostek prędkości, gęstości itp.).

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 3. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej. 4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.

**Rozwiązanie**

B

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 4. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka.

**Rozwiązanie**

PP

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 5. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	3. Potęgi. Uczeń: 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 6. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 7. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	7. Równania. Uczeń: 4) zapisuje związki między wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

**Rozwiązanie**

A

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 8. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym).

**Rozwiązanie**

B

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 9. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	5. Procenty. Uczeń: 2) oblicza procent danej liczby, 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym.

**Rozwiązanie**

FF

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 10. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III Modelowanie matematyczne.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszyc zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką, itp.).

**Rozwiązanie**

B

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 11. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 12. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

**Rozwiązanie**

B

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 13. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

**Rozwiązanie**

A

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 14. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
V. Rozumowanie i argumentacja.	4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia. 6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 2) konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 15. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.

**Rozwiązanie**

A

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 16. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 17. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów; 15) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych; 18) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta.

**Rozwiązanie**

PF

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 18. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 10. Bryły. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.

**Rozwiązanie**

D

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 19. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
IV. Użycie i tworzenie strategii.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 4) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

**Rozwiązanie**

C

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Zadanie 20. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Modelowanie matematyczne.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza [...] objętość graniastoslupa prostego, ostroslupa [...].

**Rozwiązanie**

PP

**Schemat punktowania**

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Uwagi:

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosowane metody były poprawne, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.

### Zadanie 21. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

### Przykładowe rozwiązania

#### I sposób

$x$  – cena grubego zeszytu

$y$  – cena cienkiego zeszytu

$$\begin{cases} 3x + 8y = 10 \\ 4x + 4y = 10 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy:

$$x = 2$$

$$y = 0,5$$

$$5x + y = 5 \cdot 2 + 0,5 = 10,50 \text{ (zł)}$$

Wniosek. Jagnie nie wystarczy 10 złotych na zakup 5 grubych zeszytów i 1 cienkiego.

### Schemat punktowania

#### **P<sub>6</sub> – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

zapisanie poprawnego wniosku

#### **P<sub>5</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)**

obliczenie ceny grubego zeszytu (2 zł) i ceny cienkiego zeszytu (0,50 zł)

#### **P<sub>2</sub> – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**

zapisanie poprawnego układu równań opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu (również bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach)

#### **P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania



## II sposób

Biorąc pod uwagę, że Maja i Ola zapłaciły tyle samo za zakupione zeszyty, wnioskujemy, że 1 gruby zeszyt kosztuje tyle samo co 4 cienkie.

$x$  – cena grubego zeszytu

$\frac{1}{4}x$  – cena cienkiego zeszytu

$$3x + 8 \cdot \frac{1}{4}x = 10$$

$$x = 2$$

$$5 \cdot 2 + 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = 10,50 \text{ (zł)}$$

Wniosek. Jagnie nie wystarczy 10 złotych na zakup 5 grubych zeszytów i 1 cienkiego.

## III sposób

Biorąc pod uwagę, że Maja i Ola zapłaciły tyle samo za zakupione zeszyty, wnioskujemy, że 1 gruby zeszyt kosztuje tyle samo co 4 cienkie.

$y$  – cena cienkiego zeszytu

$4y$  – cena grubego zeszytu

$$\text{Ola: } 4 \cdot 4y + 4y = 10$$

$$y = 0,5$$

$$\text{Jagna: } 5 \cdot 4y + y = 5 \cdot 4 \cdot 0,5 + 0,5 = 10,50 \text{ (zł)}$$

Wniosek. Jagnie nie wystarczy 10 złotych na zakup 5 grubych zeszytów i 1 cienkiego.

## Schemat punktowania

### **P<sub>6</sub> – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

zapisanie poprawnego wniosku

**P<sub>4</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne**  
obliczenie ceny grubego zeszytu (2 zł) lub ceny cienkiego zeszytu (0,50 zł)

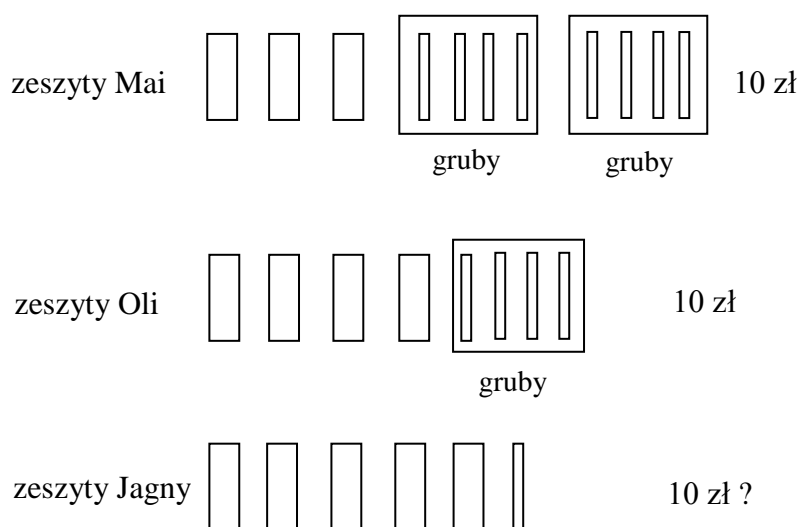
**P<sub>2</sub> – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**

stwierdzenie, że 1 gruby zeszyt kosztuje tyle samo co 4 cienkie zeszyty

**P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

#### IV sposób



Wniosek. Jagnie nie wystarczy 10 złotych na zakup 5 grubych zeszytów i 1 cienkiego.

#### Schemat punktowania

**P<sub>6</sub> – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

zapisanie poprawnego wniosku

**P<sub>4</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie**

**zostało dokończzone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne**  
pokazanie na rysunku lub zapisanie, że koszt zakupu 5 grubych zeszytów lub koszt zakupu 20 cienkich zeszytów jest równy 10 zł

**P<sub>2</sub> – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**

pokazanie na rysunku lub zapisanie, że 1 gruby zeszyt kosztuje tyle samo co 4 cienkie

**P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

#### Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.

#### Przykładowe rozwiązanie

Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe  $P = |AB| \cdot |BC|$

Długość boku  $AB$  obliczamy z twierdzenia Pitagorasa

$$|AB|^2 + 12^2 = 20^2$$

$$|AB|^2 = 400 - 144$$

$$|AB|^2 = 256$$

$$|AB| = 16 \text{ (cm)}$$

$$P = 16 \cdot 12$$

$$P = 192 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź. Pole prostokąta jest równe  $192 \text{ cm}^2$ .

### Schemat punktowania

**P<sub>6</sub> – 3 punkty – pełne rozwiązanie**  
obliczenie pola prostokąta ( $192 \text{ cm}^2$ )

**P<sub>4</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony**  
poprawny sposób obliczenia pola prostokąta

**P<sub>2</sub> – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane**  
poprawny sposób obliczenia długości dłuższego boku prostokąta (zastosowanie tw. Pitagorasa)

**P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**  
rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Uwaga: Nie ocenia się stosowania jednostek miary.**

### Zadanie 23. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza [...] objętość [...] walca [...] (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

### Przykładowe rozwiązania

#### I sposób

Objętość walca (puszki) jest równa  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Średnica podstawy walca jest równa 4 cm, zatem promień podstawy  $r = 2 \text{ cm}$ .

$$V = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 10$$

$$V = 3,14 \cdot 4 \cdot 10$$

$$V = 125,6 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź. Objętość puszki jest równa  $125,6 \text{ cm}^3$ .

#### II sposób

Objętość walca (puszki) jest równa  $V = P \cdot h$

Pole podstawy walca  $P = \pi \cdot r^2$

$$P = 3,14 \cdot 2^2$$

$$P = 3,14 \cdot 4$$

$$P = 12,56 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$V = 12,56 \cdot 10$$

$$V = 125,6 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź. Objętość puszki jest równa  $125,6 \text{ cm}^3$ .

### **Schemat punktowania**

**P<sub>6</sub> – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie objętości puszki w kształcie walca ( $125,6 \text{ cm}^3$ )

**P<sub>4</sub> – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony**

poprawny sposób obliczenia objętości walca

**P<sub>1</sub> – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania**

poprawny sposób obliczenia pola podstawy walca

**P<sub>0</sub> – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

**Uwaga: Nie ocenia się stosowania jednostek miary.**