

**EGZAMIN
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM
W ROKU SZKOLNYM 2015/2016**

CZĘŚĆ 2.

MATEMATYKA

**ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZ GM-M7**

KWIECIEŃ 2016

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykres funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w [...] życiu codziennym).

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez [...] 3, 5 [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciątami liczb wymiernych; 2) wyłączy czynnik przed znak pierwiastka [...].

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent [...].

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązanie

FF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	5. Procenty. Uczeń: 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	7. Równania. Uczeń: 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	8. Wykres funkcji. Uczeń: 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, [...].

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności. 8. Wykresy funkcji. Uczeń: 2) odczytuje współrzędne danych punktów.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności. 8. Wykresy funkcji. Uczeń: 2) odczytuje współrzędne danych punktów.

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną [...] zestawu danych.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, [...]) i określa prawdopodobieństwa najprostszycch zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia [...], dwójki lub szóstki w rzucie kostką, itp.).

Rozwiązanie
PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.

Rozwiązanie
C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola [...] trójkątów i czworokątów. <i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...].

Rozwiązanie
PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa. 4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży [...] pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 22) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 10. Bryły. Uczeń: 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych [...].

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Uwaga

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 5) analizuje proste doświadczenia losowe [...] i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach [...].

Przykładowe rozwiązanie

Numery piłek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

Wśród jedenastu kolejnych liczb naturalnych, którymi ponumerowano piłki jest 5 liczb parzystych:

2, 4, 6, 8, 10. Prawdopodobieństwo wylosowania piłki oznaczonej liczbą parzystą jest równe $\frac{5}{11}$.

Poziom wykonania

P₆ – 2 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie prawdopodobieństwa wylosowania piłki oznaczonej liczbą parzystą ($\frac{5}{11}$)

P₁ – 1 punkt – dokonano niewielkiego, ale koniecznego postępu na drodze do całkowitego rozwiązania

ustalenie poprawnej liczby piłek oznaczonych liczbami parzystymi (5)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...]. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

x – liczba ośmioosobowych przedziałów zajętych przez uczniów
 $x + 3$ – liczba sześcioosobowych przedziałów zajętych przez uczniów

$8x$ – liczba uczniów w przedziałach ośmioosobowych
 $6(x + 3)$ – liczba uczniów w przedziałach sześcioosobowych

$$8x + 6(x + 3) = 74$$

$$8x + 6x + 18 = 74$$

$$14x = 56$$

$$x = 4$$

$$x + 3 = 7$$

Odpowiedź: Uczniowie zajęli 4 przedziały ośmioosobowe i 7 przedziałów sześcioosobowych.

II sposób

x – liczba ośmioosobowych przedziałów zajętych przez uczniów
 y – liczba sześcioosobowych przedziałów zajętych przez uczniów

$$\begin{cases} 8x + 6y = 74 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 6(x + 3) = 74 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases}$$

Odpowiedź: Uczniowie zajęli 4 przedziały ośmioosobowe i 7 przedziałów sześcioosobowych.

III sposób

Liczba przedziałów ośmioosobowych	2	3	4	5	6	7
Liczba uczniów w tych przedziałach	16	24	32	40	48	56
Liczba przedziałów sześcioosobowych	5	6	7	8	9	10
Liczba uczniów w tych przedziałach	30	36	42	48	54	60
Łączna liczba uczniów w przedziałach	46	60	74	88	102	116

Odpowiedź: Uczniowie zajęli 4 przedziały ośmioosobowe i 7 przedziałów sześcioosobowych.

IV sposób

Obliczamy, ilu uczniów byłoby w trzech sześcioosobowych przedziałach $3 \cdot 6 = 18$

Obliczamy, ile jest uczniów w pozostałych przedziałach $74 - 18 = 56$

Obliczamy, ile jest przedziałów ośmioosobowych $56 : (8 + 6) = 4$

Obliczamy, ile jest przedziałów sześcioosobowych $4 + 3 = 7$

Odpowiedź: Uczniowie zajęli 4 przedziały ośmioosobowe i 7 przedziałów sześcioosobowych.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

ustalenie liczby przedziałów ośmioosobowych (4) i liczby przedziałów sześcioosobowych (7)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne zapisanie równania z jedną niewiadomą, zgodnie z warunkami zadania (I sposób)

LUB

zapisanie układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, zgodnie z warunkami zadania (II sposób)

LUB

dobranie takich wielokrotności liczb 6 i 8, których suma jest równa 74 (III sposób)

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby przedziałów ośmioosobowych (IV sposób)

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

opisanie wyrażeniami algebraicznymi związku między liczbą przedziałów ośmioosobowych i sześcioosobowych (I sposób)

LUB

zapisanie jednego z dwóch równań układu równań pierwszego stopnia (II sposób)

LUB

zapisanie wielokrotności liczb 6 i 8 (III sposób)

LUB

poprawny sposób obliczenia liczby uczniów w trzech przedziałach sześcioosobowych (IV sposób)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 23. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza [...] objętość [...] walca, [...] kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Przykładowe rozwiązania

I sposób

$$\text{Objętość walca: } \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$$

$$\text{Objętość półkuli: } \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$$

$$\text{Stosunek objętości walca do objętości półkuli: } \frac{72\pi}{18\pi} = 4$$

Odpowiedź: Objętość półkuli jest 4 razy mniejsza od objętości walca.

II sposób

$$\text{Objętość walca: } \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$$

$$\text{Objętość półkuli: } \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$$

$$\text{Stosunek objętości półkuli do objętości walca: } \frac{18\pi}{72\pi} = \frac{1}{4}$$

Odpowiedź: Objętość półkuli stanowi $\frac{1}{4}$ objętości walca.

III sposób

$$\text{Objętość walca: } \pi \cdot 4^2 \cdot 4,5 = 72\pi$$

$$\text{Objętość kuli: } \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi$$

$$\text{Stosunek objętości kuli do objętości walca: } \frac{36\pi}{72\pi} = \frac{1}{2}$$

Odpowiedź: Skoro objętość kuli jest 2 razy mniejsza od objętości walca, to objętość półkuli jest 4 razy mniejsza od objętości walca.

Poziom wykonania

P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie, ile razy objętość półkuli jest mniejsza od objętości walca (4)

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończony lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne
poprawny sposób obliczenia objętości walca i poprawny sposób obliczenia objętości kuli (półkuli)

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

poprawny sposób obliczenia objętości walca

LUB

poprawny sposób obliczenia objętości kuli (półkuli)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostek miary.