

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin ósmoklasisty
<i>Przedmiot:</i>	Matematyka
<i>Forma arkusza:</i>	OMAP-700-2505
<i>Termin egzaminu:</i>	14 maja 2025 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	20 czerwca 2025 r.

Zadanie 1. (0–1)

Podstawa programowa ¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a . XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BD

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych [...] z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BC

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych [...], także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...]. KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

FF

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: [...] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta [...] przedstawion[ego] na rysunku [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI III. Liczby całkowite. Uczeń: 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej; 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

FP

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...], rombu [...], trapezu [...]. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku [...]. KLASY VII i VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 6) oblicza [...] pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16–21 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – 0C)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje [...] ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe.

Zasady oceniania**2 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób uzasadnienia, że trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka zwykłego o liczniku 1, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy $\left(\frac{1}{10}\right)$.

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

LUB

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15},$$

LUB

- zapisanie równości

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{30} = \frac{7}{15} \quad \text{albo} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{7}{15}$$

bez uzasadnienia (obliczeń),

LUB

- poprawny sposób obliczenia sumy ułamków $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Obliczymy trzeci składnik sumy:

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{14}{30} - \frac{11}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka $\frac{1}{10}$, który spełnia warunki zadania.

II sposób

Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30} + x = \frac{14}{30}$$

$$x = \frac{3}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik sumy można przedstawić w postaci ułamka $\frac{1}{10}$, który spełnia warunki zadania.

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby plakatów Basi, Marka i Andrzeja, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowe wyniki liczbowe (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70)
LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb, wśród których **jest** prawidłowy zestaw liczb plakatów (42, 14, 70), prawidłowe obliczenia **oraz** wskazanie spośród nich rozwiązania (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70),
LUB

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja **oraz** między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70).

2 punkty

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby plakatów Basi lub Marka, lub Andrzeja, np.

$$b + 28 + \frac{b}{3} = 2b \quad (\text{lub zapisy równoważne})$$

LUB

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja **oraz** poprawnych zależności między łączną liczbą plakatów Marka i Andrzeja a liczbą plakatów Basi.

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych **tej samej zmiennej**, opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja zgodnie z warunkami zadania, np.

b – liczba plakatów Basi

oraz

$b + 28$ – liczba plakatów Andrzeja

oraz

$\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka (lub zapisy równoważne)

LUB

- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów trzech liczb plakatów (Basi, Marka i Andrzeja), wśród których **nie ma** prawidłowego zestawu liczb plakatów (42, 14, 70),

LUB

- przedstawienie w sposób graficzny poprawnych zależności między liczbą plakatów Basi, Marka i Andrzeja.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

- Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla jednego zestawu trzech liczb plakatów (Basia: 42, Marek: 14, Andrzej: 70) **oraz**
 - nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.
 - popełnia błędy rachunkowe, to otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń w całym rozwiązaniu zadania posługuje się wyłącznie przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.
- Jeżeli uczeń zapisuje poprawne wyrażenia algebraiczne tej samej zmiennej opisujące liczbę plakatów, ale zamienia ze sobą imiona przyjaciół, doprowadza rozwiązanie zadania do końca
 - bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
 - z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

b – liczba plakatów Basi

$b + 28$ – liczba plakatów Andrzeja

$\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie wynikające z warunków zadania i obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$b + 28 + \frac{b}{3} = 2b$$

$$\frac{2}{3}b = 28$$

$$b = 42$$

Obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$\frac{b}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

Obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$b + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

II sposób

a – liczba plakatów Andrzeja

$a - 28$ – liczba plakatów Basi

$\frac{a - 28}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$a + \frac{a - 28}{3} = 2(a - 28)$$

$$3a + a - 28 = 6a - 168$$

$$a = 70$$

Obliczymy liczbę plakatów Basi, a następnie obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$a - 28 = 70 - 28 = 42$$

$$\frac{a - 28}{3} = \frac{70 - 28}{3} = 14$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

III sposób

m – liczba plakatów Marka

$3m$ – liczba plakatów Basi

$3m + 28$ – liczba plakatów Andrzeja

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Marka, a następnie liczbę plakatów Basi i Andrzeja:

$$3m + 28 + m = 6m$$

$$2m = 28$$

$$m = 14$$

$$3m = 42$$

$$3m + 28 = 42 + 28 = 70$$

Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

IV sposób

Metoda prób i błędów.

Liczba plakatów					
Basia	Andrzej o 28 więcej niż Basia	Marek 3 razy mniej niż Basia	Marek i Andrzej łącznie	2 razy więcej niż Basia	Sprawdzenie
30	58	10	68	60	$68 \neq 60$
36	64	12	76	72	$76 \neq 72$
48	76	16	92	96	$92 \neq 96$
42	70	14	84	84	$84 = 84$

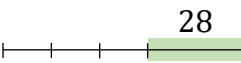
Odpowiedź: Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

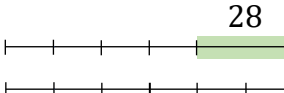
V sposób

Sposób graficzny:

Marek ma 1 część: 

Basia ma 3 części: 

Andrzej ma o 28 plakatów więcej od Basi: 

Andrzej i Marek mają łącznie 2 razy więcej plakatów od Basi: 

Stąd wynika, że 28 plakatów stanowią 2 części, czyli 1 część stanowi 14 plakatów.

Zatem Basia ma 42 plakaty, Marek ma 14 plakatów, Andrzej ma 70 plakatów.

Zadanie 18. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI VIII. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;

	5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku i trapezu [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.
--	---

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia miar trzech kątów trapezu $ABCD$ **oraz** zapisanie prawidłowych wartości liczbowych ($|\angle DAB| = 75^\circ$, $|\angle BCD| = 132^\circ$, $|\angle CDA| = 105^\circ$).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia miar dwóch kątów trapezu $ABCD$
LUB
- ustalenie miar dwóch kątów trapezu $ABCD$ bez podania sposobu ich obliczenia, np. zapisanie na rysunku.

0 punktów

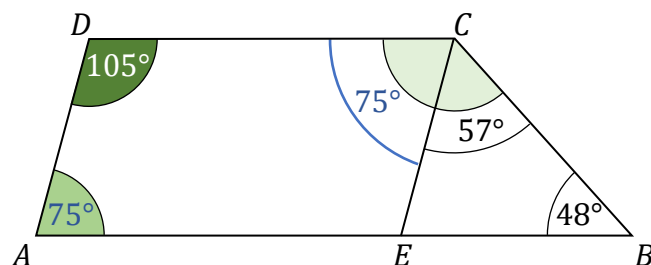
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Obliczymy miarę kąta wewnętrznego BCD trapezu $ABCD$. Wykorzystamy własność, że suma miar kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu trapezu jest równa 180° .

$$180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$



Obliczymy miarę kąta wewnętrznego ECD równoległoboku $AECD$:

$$132^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Kąt wewnętrzny DAE (DAB) ma także miarę równą 75° .

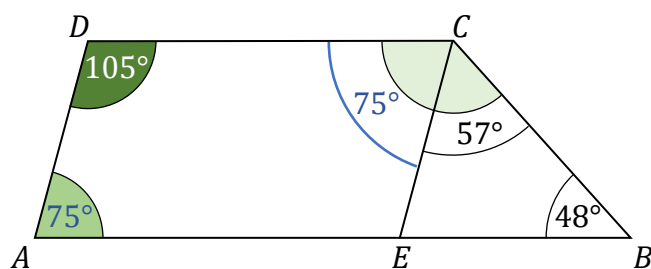
Obliczymy miarę kąta wewnętrznego CDA trapezu $ABCD$:

$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$

II sposób



Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180° , zatem:

$$|\angle CEB| = 180^\circ - 48^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Skoro

$$|\angle CEB| + |\angle AEC| = 180^\circ, \text{ to } |\angle AEC| = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Kąty AEC i CDA są równe, więc $|\angle CDA| = 105^\circ$.

Skoro

$$|\angle CDA| + |\angle DAE| = 180^\circ, \text{ to } |\angle DAE| = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ.$$

Kąty DAE i ECD są równe, więc $|\angle BCD| = 75^\circ + 57^\circ = 132^\circ$.

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$

III sposób

Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180° , zatem:

$$|\angle CEB| = 180^\circ - 48^\circ - 57^\circ = 75^\circ$$

Kąty CEB i ECD są naprzemianległe, zatem:

$$|\angle CEB| = |\angle ECD| = 75^\circ$$

Ponadto:

kąty ECD i DAE (DAB) są równe, więc

$$|\angle ECD| = |\angle DAE| = 75^\circ$$

Obliczymy miarę kąta BCD :

$$|\angle BCD| = 57^\circ + 75^\circ = 132^\circ$$

Skoro

$$|\angle AEC| + |\angle ECD| = 180^\circ, \text{ to } |\angle AEC| = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

Kąty AEC i CDA są równe, więc

$$|\angle CDA| = 105^\circ$$

Odpowiedź: Kąty trapezu $ABCD$ mają miary:

$$|\angle DAB| = 75^\circ, |\angle BCD| = 132^\circ, |\angle CDA| = 105^\circ.$$

Zadanie 19. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: [...] kwadratu, prostokąta, [...] w sytuacjach praktycznych [...]. XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole prostokątnej tablicy jest większe od pola kwadratowej tablicy, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (6 razy)
LUB
- ustalenie poprawnych zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu **oraz** ustalenie (na podstawie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur na rysunku lub na podstawie prawidłowego działania arytmetycznego), że pole prostokątnej tablicy jest 6 razy większe od pola kwadratowej tablicy.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia **długości boku kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola prostokątnej** tablicy w rzeczywistości
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boku kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola kwadratowej** tablicy w rzeczywistości,
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola kwadratowej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola prostokątnej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,
LUB
- poprawny sposób ustalenia zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu, np. zapisanie:
 $240 : 60$ **oraz** $90 : 60$
 albo
 $12 : 3$ **oraz** $4,5 : 3$
LUB
- narysowanie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur: kwadratu oraz prostokąta, którego długość krótszego boku stanowi 1,5 długości boku kwadratu, a długość drugiego boku prostokąta jest 4 razy większa od długości boku kwadratu.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń poprawnie obliczy pola obu tablic w wymiarach rzeczywistych albo w skali 1 : 20, a następnie proporcjonalnie zmniejszy lub zwiększy te pola **oraz** obliczy ich iloraz bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**I sposób**

Obliczymy długość boku kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczymy pole kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{kwadratowej tablicy}} = 60 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 3\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole prostokątnej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{prostokątnej tablicy}} = 240 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} = 21\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole prostokątnej tablicy jest większe od pola kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{prostokątnej tablicy}}}{P_{\text{kwadratowej tablicy}}} = \frac{21\,600 \text{ cm}^2}{3\,600 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole prostokątnej tablicy jest 6 razy większe od pola kwadratowej tablicy.

II sposób

Obliczymy długości boków prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$240 \text{ cm} : 20 = 12 \text{ cm}$$

$$90 \text{ cm} : 20 = 4,5 \text{ cm}$$

Obliczymy pole prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku prostokątnej tablicy}} = 12 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} = 54 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole kwadratowej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku kwadratowej tablicy}} = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole prostokątnej tablicy jest większe od pola kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{prostokątnej tablicy}}}{P_{\text{kwadratowej tablicy}}} = \frac{P_{\text{rysunku prostokątnej tablicy}}}{P_{\text{rysunku kwadratowej tablicy}}} = \frac{54 \text{ cm}^2}{9 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole prostokątnej tablicy jest 6 razy większe od pola kwadratowej tablicy.

III sposób

Obliczymy długość boku kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczymy stosunek długości boków prostokątnej tablicy do długości boku kwadratowej tablicy:

$$240 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 4$$

$$90 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 1,5$$

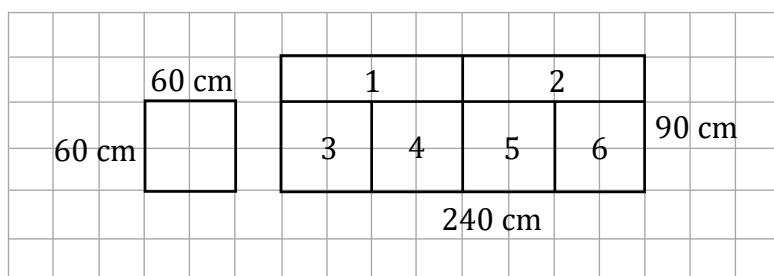
Obliczymy, ile razy pole prostokątnej tablicy jest większe od pola kwadratowej tablicy:

$$4 \cdot 1,5 = 6$$

Odpowiedź: Pole prostokątnej tablicy jest 6 razy większe od pola kwadratowej tablicy.

IV sposób

Sposób graficzny:



Odpowiedź: Pole prostokątnej tablicy jest 6 razy większe od pola kwadratowej tablicy.

Zadanie 20. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, [...] w sytuacjach praktycznych [...]; 5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (105 cm^2).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, np. zapisanie

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 3)] \cdot 15}{2}$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{[3 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} + \frac{(15 : 3) \cdot 15}{2},$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{(15 + 15 : 3) \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2}$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole czworokąta $AECF$.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trójkątów ABE , ADF , AEC , ACF , np.

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 3) \quad \text{lub}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 3 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (15 : 3)$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trapezów $ABCF$, $AECD$, np. zapisanie

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot [15 + (15 : 3)] \cdot 15 \quad \text{lub} \quad P_{AECD} = \frac{1}{2} \cdot [15 + 3 \cdot (15 : 5)] \cdot 15,$$

LUB

- poprawny sposób wyznaczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole jednego z trójkątów ABE , ADF , AEC , ACF ,

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i sumy pól trójkątów ABE i ADF z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |DF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta ABE z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + |FC|) \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest sumą pola trójkąta AEC i pola trójkąta ACF z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |EC| + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |CF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze, np. linijką.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczmy pole trójkąta ABE :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczmy pole trójkąta ADF :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|DF| = 2 \cdot (15 : 3) = 10 \text{ (cm)}$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot |DF|$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i pól trójkątów ABE i ADF :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

$$P_{AECF} = 225 - 45 - 75 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

II sposób

Obliczymy pole trójkąta AEC :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|EC| = 3 \cdot (15 : 5) = 9 \text{ (cm)}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot |EC| \cdot |AB|$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 15 = 67,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta ACF :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|CF| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot |CF| \cdot |AD|$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 = 37,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

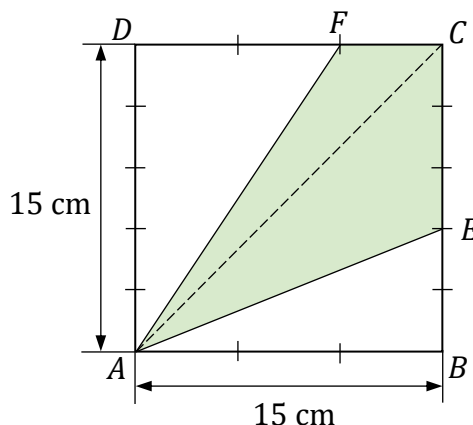
Pole czworokąta $AECF$ jest sumą pól trójkątów AEC i ACF .

Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = 67,5 + 37,5 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

**III sposób**

Obliczymy, jaką część pola kwadratu $ABCD$

stanowią pola trójkątów AEC i ACF .

Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{AEC} = \frac{3}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{3}{10} P_{ABCD}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot P_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

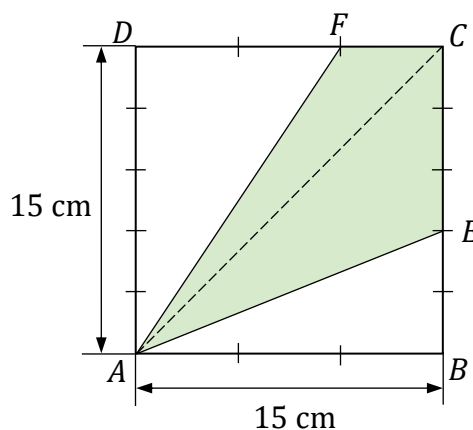
Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = \frac{3}{10} P_{ABCD} + \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .



IV sposób

Obliczmy długość podstawy FC trapezu $ABCF$:

$$|FC| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

Obliczmy pole trapezu $ABCF$:

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BC| = 15 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |FC|) \cdot |BC|$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + 5) \cdot 15 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczmy pole trójkąta ABE :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

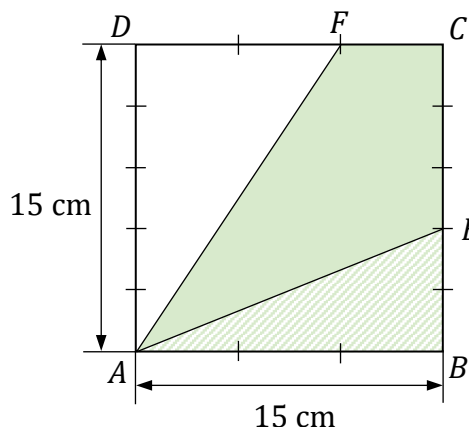
$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta prostokątnego ABE :

$$P_{AECF} = P_{ABCF} - P_{ABE}$$

$$P_{AECF} = 150 - 45 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .



V sposób

Obliczmy, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanowią pola trójkątów ABE i ADF .

Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{ABE} = \frac{2}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{5} P_{ABCD}$$

$$P_{ADF} = \frac{2}{3} \cdot P_{ADC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ oraz pól trójkątów ABE i ADF :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

Obliczmy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - \frac{1}{5} P_{ABCD} - \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

Zadanie 21. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując [...] własności trójkątów równoramiennych; 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] prawidłowe.

Zasady oceniania**3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką długości (132 cm).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie

$$12^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 18\right)^2 = c^2$$

gdzie c jest długością krawędzi bocznej ostrosłupa (lub zapisy równoważne)
LUB

- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi bocznej ostrosłupa bez przedstawienia sposobu jej obliczenia (15 cm).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia lub ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krótszej przyprostokątnej trójkąta prostokątnego, który jest połową ściany bocznej ostrosłupa, np. zapisanie

$$\frac{1}{2} \cdot 18$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia sumy długości krawędzi podstawy ostrosłupa, np. zapisanie $18 \cdot 4$ albo $18 + 18 + 18 + 18$.

0 punktów

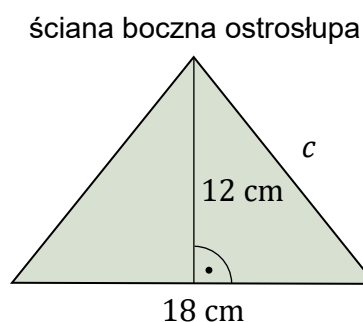
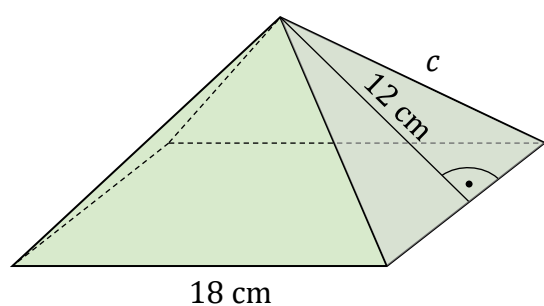
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

Oznaczmy na rysunku długość krawędzi bocznej ostrosłupa jako c .



Obliczmy sumę długości krawędzi podstawy ostrosłupa:

$$18 \cdot 4 = 72 \text{ (cm)}$$

Obliczmy długość krawędzi bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa:

$$c^2 = 12^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 18\right)^2$$

$$c^2 = 12^2 + 9^2$$

$$c^2 = 225$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15$$

Obliczmy sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa:

$$72 + 4 \cdot c = 72 + 4 \cdot 15 = 132 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa 132 cm.