

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin ósmoklasisty
<i>Przedmiot:</i>	Matematyka
<i>Formy arkusza:</i>	OMAP-900-2505 OMAP-Q00-2505
<i>Termin egzaminu:</i>	14 maja 2025 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	20 czerwca 2025 r.

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 5., 12., 15., 17., 18. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 1. (0–2)

Podstawa programowa 2024 ¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a . XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...].

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. NIE
2. TAK

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych [...] z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 4. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. TAK

2. TAK

Zadanie 5. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje [...] ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe.

Zasady oceniania**2 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia trzeciego składnika sumy, prawidłowe obliczenia **oraz**

prawidłowy wynik liczbowy $\left(\frac{1}{10}\right)$.

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

LUB

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia trzeciego składnika sumy, np.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15},$$

LUB

- zapisanie równości

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{30} = \frac{7}{15} \quad \text{albo} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{7}{15}$$

bez uzasadnienia (obliczeń),

LUB

- poprawny sposób obliczenia sumy ułamków $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**I sposób**

Obliczamy trzeci składnik sumy:

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{14}{30} - \frac{11}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik tej sumy jest równy $\frac{1}{10}$.

II sposób

Zapiszemy równanie:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + x = \frac{7}{15}$$

$$\frac{11}{30} + x = \frac{14}{30}$$

$$x = \frac{3}{30}$$

$$x = \frac{1}{10}$$

Trzeci składnik tej sumy jest równy $\frac{1}{10}$.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 8. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych [...], także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań [...]. KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych.

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. NIE

2. NIE

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu [...], rombu [...], trapezu [...]. XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Obwód trapezu $ABCD$ jest równy 56 cm.

Zadanie 12. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, [...] w sytuacjach praktycznych [...]; 5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów [...]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.

3 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (105 cm^2).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia pola czworokąta $AECF$, np. zapisanie

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 3)] \cdot 15}{2}$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{[3 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2} + \frac{(15 : 3) \cdot 15}{2},$$

albo

$$P_{AECF} = \frac{(15 + 15 : 3) \cdot 15}{2} - \frac{[2 \cdot (15 : 5)] \cdot 15}{2}$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole czworokąta $AECF$.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trójkątów ABE , ADF , AEC , ACF , np.

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 2 \cdot (15 : 3) \quad \text{lub}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 3 \cdot (15 : 5) \quad \text{lub} \quad P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (15 : 3)$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia pola jednego z trapezów $ABCF$, $AECD$, np. zapisanie

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot [15 + (15 : 3)] \cdot 15 \quad \text{lub} \quad P_{AECD} = \frac{1}{2} \cdot [15 + 3 \cdot (15 : 5)] \cdot 15,$$

LUB

- poprawny sposób wyznaczenia, jaką częścią pola kwadratu $ABCD$ jest pole jednego z trójkątów ABE , ADF , AEC , ACF ,

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i sumy pól trójkątów ABE i ADF z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = 15^2 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |DF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta ABE z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + |FC|) \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |BE| \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- zapisanie, że pole czworokąta $AECF$ jest sumą pola trójkąta AEC i pola trójkąta ACF z uwzględnieniem długości boku kwadratu, np.

$$P_{AECF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |EC| + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |CF| \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze, np. linijką.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy pole trójkąta ABE :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta ADF :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|DF| = 2 \cdot (15 : 3) = 10 \text{ (cm)}$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot |AD| \cdot |DF|$$

$$P_{ADF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ i pól trójkątów ABE i ADF :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

$$P_{AECF} = 225 - 45 - 75 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

II sposób

Obliczmy pole trójkąta AEC :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|EC| = 3 \cdot (15 : 5) = 9 \text{ (cm)}$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot |EC| \cdot |AB|$$

$$P_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 15 = 67,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczmy pole trójkąta ACF :

$$|AD| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|CF| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot |CF| \cdot |AD|$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 = 37,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

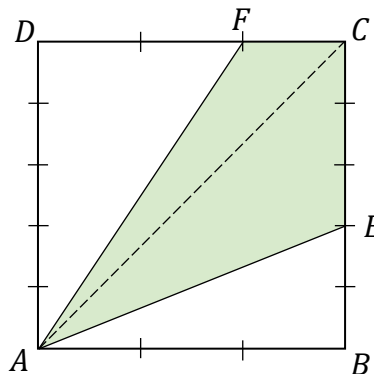
Pole czworokąta $AECF$ jest sumą pól trójkątów AEC i ACF .

Obliczmy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = 67,5 + 37,5 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

**III sposób**

Obliczmy, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanowią pola trójkątów AEC i ACF . Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{AEC} = \frac{3}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{3}{10} P_{ABCD}$$

$$P_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot P_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

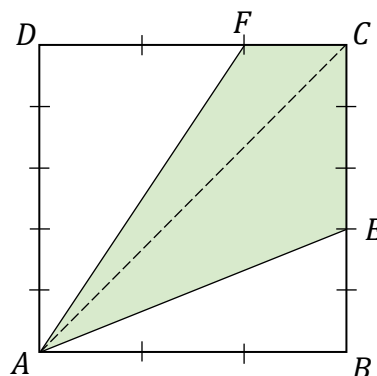
Obliczmy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{AEC} + P_{ACF}$$

$$P_{AECF} = \frac{3}{10} P_{ABCD} + \frac{1}{6} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .



IV sposób

Obliczymy długość podstawy FC trapezu $ABCF$:

$$|FC| = 15 : 3 = 5 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trapezu $ABCF$:

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BC| = 15 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |FC|) \cdot |BC|$$

$$P_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (15 + 5) \cdot 15 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta ABE :

$$|AB| = 15 \text{ (cm)}$$

$$|BE| = 2 \cdot (15 : 5) = 6 \text{ (cm)}$$

$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BE|$$

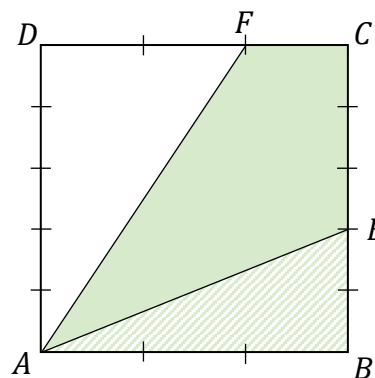
$$P_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola trapezu $ABCF$ i pola trójkąta prostokątnego ABE :

$$P_{AECF} = P_{ABCF} - P_{ABE}$$

$$P_{AECF} = 150 - 45 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .



V sposób

Obliczymy, jaką część pola kwadratu $ABCD$ stanowią pola trójkątów ABE i ADF .

Wykorzystamy fakt, że stosunek pól trójkątów o tych samych wysokościach jest równy stosunkowi długości ich podstaw:

$$P_{ABE} = \frac{2}{5} \cdot P_{ABC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{5} P_{ABCD}$$

$$P_{ADF} = \frac{2}{3} \cdot P_{ADC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

Zauważymy, że pole czworokąta $AECF$ jest różnicą pola kwadratu $ABCD$ oraz pól trójkątów ABE i ADF :

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - P_{ABE} - P_{ADF}$$

Obliczymy pole czworokąta $AECF$:

$$P_{AECF} = P_{ABCD} - \frac{1}{5} P_{ABCD} - \frac{1}{3} P_{ABCD}$$

$$P_{AECF} = \frac{7}{15} P_{ABCD} = \frac{7}{15} \cdot 225 = 105 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole czworokąta $AECF$ jest równe 105 cm^2 .

Zadanie 13. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI VIII. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności. IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta; 5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku i trapezu [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. Miara kąta α jest równa 105° .

2. Miara kąta β jest równa 75° .

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności [...] równoległoboku [...]. KLASY VII i VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 15. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: [...] kwadratu, prostokąta, [...] w sytuacjach praktycznych [...]. XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia, ile razy pole dużej tablicy jest większe od pola małej tablicy, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (6 razy)
LUB
- ustalenie poprawnych zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu **oraz** ustalenie (na podstawie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur na rysunku lub na podstawie prawidłowego działania arytmetycznego), że pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy w rzeczywistości
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boku małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy w rzeczywistości,
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola małej kwadratowej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,
LUB
- poprawny sposób obliczenia **długości boków dużej prostokątnej** tablicy na rysunku w skali 1 : 20 **oraz** poprawny sposób obliczenia **pola dużej prostokątnej** tablicy narysowanej w skali 1 : 20,
LUB
- poprawny sposób ustalenia zależności między długościami boków prostokąta a długością boku kwadratu, np. zapisanie:
240 : 60 **oraz** 90 : 60
albo
12 : 3 **oraz** 4,5 : 3
LUB

- narysowanie odpowiednio zwymiarowanych względem siebie figur: kwadratu oraz prostokąta, którego długość krótszego boku stanowi 1,5 długości boku kwadratu, a długość drugiego boku prostokąta jest 4 razy większa od długości boku kwadratu.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń poprawnie obliczy pola obu tablic w wymiarach rzeczywistych albo w skali 1 : 20, a następnie proporcjonalnie zmniejszy lub zwiększy te pola **oraz** obliczy ich iloraz bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**I sposób**

Obliczymy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{małej tablicy}} = 60 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 3\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy w rzeczywistości:

$$P_{\text{dużej tablicy}} = 240 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} = 21\,600 \text{ cm}^2$$

Obliczymy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{dużej tablicy}}}{P_{\text{małej tablicy}}} = \frac{21\,600 \text{ cm}^2}{3\,600 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

II sposób

Obliczymy długości boków dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$240 \text{ cm} : 20 = 12 \text{ cm}$$

$$90 \text{ cm} : 20 = 4,5 \text{ cm}$$

Obliczymy pole dużej prostokątnej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku dużej tablicy}} = 12 \text{ cm} \cdot 4,5 \text{ cm} = 54 \text{ cm}^2$$

Obliczymy pole małej kwadratowej tablicy na rysunku w skali 1 : 20:

$$P_{\text{rysunku małej tablicy}} = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$

Obliczmy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$\frac{P_{\text{dużej tablicy}}}{P_{\text{małej tablicy}}} = \frac{P_{\text{rysunku dużej tablicy}}}{P_{\text{rysunku małej tablicy}}} = \frac{54 \text{ cm}^2}{9 \text{ cm}^2} = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

III sposób

Obliczmy długość boku małej kwadratowej tablicy w rzeczywistości:

$$3 \text{ cm} \cdot 20 = 60 \text{ cm}$$

Obliczmy stosunek długości boków prostokątnej tablicy do długości boku kwadratowej tablicy:

$$240 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 4$$

$$90 \text{ cm} : 60 \text{ cm} = 1,5$$

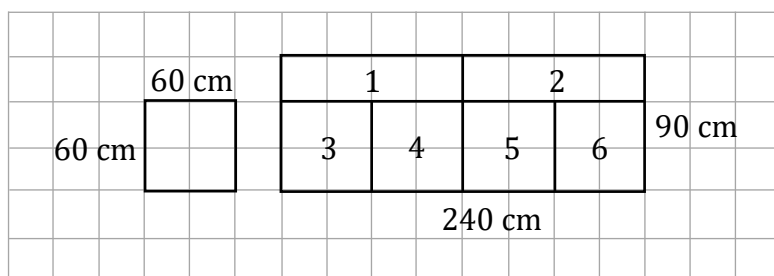
Obliczmy, ile razy pole dużej prostokątnej tablicy jest większe od pola małej kwadratowej tablicy:

$$4 \cdot 1,5 = 6$$

Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

IV sposób

Sposób graficzny:



Odpowiedź: Pole dużej tablicy jest 6 razy większe od pola małej tablicy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: trójkąta [...] przedstawion[ego] na rysunku [...]. KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. TAK

2. TAK

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta [...], a także do wyznaczania długości odcinków [...]. XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje [...] ostrosłupy [...] prawidłowe.

Zasady oceniania**3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia sumy długości wszystkich krawędzi ostrosłupa, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką długości (44 cm).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy **oraz** poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie

$$12 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 \quad \text{oraz} \quad 4^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = c^2$$

gdzie: a jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi podstawy **oraz**

c jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi bocznej ostrosłupa
(lub zapisy równoważne)

LUB

- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi bocznej ostrosłupa bez przedstawienia sposobu jej obliczenia (5 cm).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ostrosłupa, tzn. zapisanie równania z jedną niewiadomą lub wyrażen arytmetycznych z wykorzystaniem wzoru na pole trójkąta z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych (pole powierzchni jednej ściany bocznej i wysokości ściany bocznej), np.

$$12 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 \quad \text{gdzie } a \text{ jest długością krawędzi podstawy ostrosłupa}$$

albo

$$12 : \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right),$$

LUB

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do wyznaczenia długości krawędzi bocznej ostrosłupa, czyli zapisanie zgodnie z przyjętymi oznaczeniami poprawnej zależności między wysokością ściany bocznej a połową długości krawędzi podstawy ostrosłupa oraz długością krawędzi bocznej ostrosłupa, np.

$$4^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = c^2$$

gdzie: a jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi podstawy **oraz**

c jest długością poprawnie zidentyfikowanej krawędzi bocznej ostrosłupa.
(lub zapisy równoważne).

0 punktów

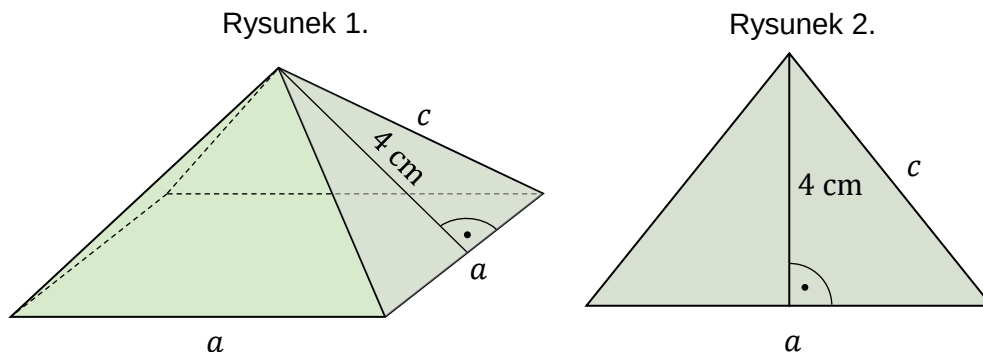
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązanie ocenione na 3 punkty

Oznaczmy na rysunku długość krawędzi podstawy ostrosłupa jako a oraz długość krawędzi bocznej jako c .



Obliczymy długość krawędzi podstawy ostrosłupa:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4$$

$$12 = a \cdot 2$$

$$a = 6 \text{ (cm)}$$

Obliczymy długość krawędzi bocznej ostrosłupa z twierdzenia Pitagorasa:

$$c^2 = 4^2 + 3^2$$

$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

Obliczymy sumę długości wszystkich krawędzi ostrosłupa:

$$4 \cdot a + 4 \cdot c = 4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 = 44 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa 44 cm.

Zadanie 18. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia liczby plakatów Basi, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (30).

1 punkt

zapisanie poprawnych wyrażeń algebraicznych **tej samej zmiennej**, opisujących liczbę plakatów Basi, Marka i Andrzeja zgodnie z warunkami zadania, np.

b – liczba plakatów Basi

oraz

$b + 20$ – liczba plakatów Andrzeja

oraz

$\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka (lub zapisy równoważne).

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania dla liczby 30 plakatów Basi i nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli uczeń w całym rozwiązaniu zadania posługuje się wyłącznie przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

b – liczba plakatów Basi

$b + 20$ – liczba plakatów Andrzeja

$\frac{b}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$b + b + 20 + \frac{b}{3} = 90 \quad / \cdot 3$$

$$7b = 210$$

$$b = 30$$

Odpowiedź: Basia ma 30 plakatów.

II sposób a – liczba plakatów Andrzeja $a - 20$ – liczba plakatów Basi $\frac{a - 20}{3}$ – liczba plakatów Marka

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Andrzeja:

$$a + a - 20 + \frac{a - 20}{3} = 90 \quad / \cdot 3$$

$$7a - 80 = 270$$

$$7a = 350$$

$$a = 50$$

Obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$50 - 20 = 30$$

Odpowiedź: Basia ma 30 plakatów.

III sposób m – liczba plakatów Marka $3m$ – liczba plakatów Basi $3m + 20$ – liczba plakatów Andrzeja

Zapiszemy równanie i obliczymy liczbę plakatów Marka:

$$m + 3m + 3m + 20 = 90$$

$$7m = 70$$

$$m = 10$$

Obliczymy liczbę plakatów Basi:

$$3m = 3 \cdot 10 = 30$$

Odpowiedź: Basia ma 30 plakatów.